

中等职业学校职教高考公共基础课配套用书

新课标



数学同步学习辅导

基础模块·上册

中等职业学校职教高考
公共基础课配套用书

数学同步学习辅导

基础模块·上册

主编◎郭太良 穆举红

湖南大学出版社

数学 同步学习辅导

基础模块·上册

主编◎郭太良 穆举红



责任编辑：金红艳
封面设计：旗语书装



湖南大学出版社

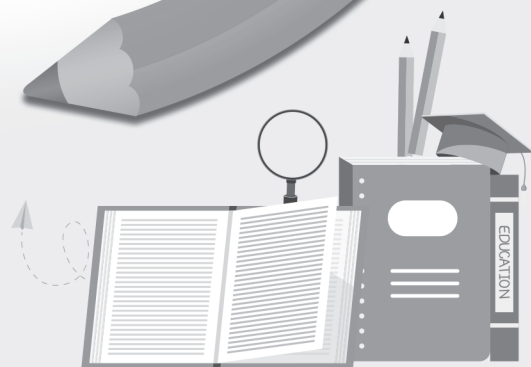
中等职业学校职教高考公共基础课配套用书

数学

同步学习辅导

基础模块·上册

主编 © 郭太良 穆举红



湖南大学出版社

·长沙·

内 容 提 要

本书以中等职业学校教育教学改革、提高课堂时效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》为基础,充分落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业学校公共基础课教材《数学 基础模块 上册》相配套的学习指导用书,题目数量和难易程度适中,有助于学生巩固所学知识,进一步提高分析问题和解决问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

数学同步学习辅导:基础模块.上册/郭太良,穆举红主编.--长沙:湖南大学出版社,2026.4.

(中等职业学校职教高考公共基础课配套用书).--ISBN 978-7-5667-4819-5

I. G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2026SS7147 号

数学同步学习辅导:基础模块·上册

SHUXUE TONGBU XUEXI FUDAO: JICHU MOKUAI · SHANGCE

主 编:郭太良 穆举红

责任编辑:金红艳

印 装:唐山唐文印刷有限公司

开 本:889 mm×1194 mm 1/16 印 张:7 字 数:182 千字

版 次:2026 年 4 月第 1 版 印 次:2026 年 4 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-5667-4819-5

定 价:35.00 元

出 版 人:李文邦

出版发行:湖南大学出版社

社 址:湖南·长沙·岳麓山 邮 编:410082

电 话:0731-88822559(营销部),88821327(编辑室),88821006(出版部)

传 真:0731-88822264(总编室)

网 址:<http://press.hnu.edu.cn>

电子邮箱:395405867@qq.com

版权所有,盗版必究

图书凡有印装差错,请与营销部联系

前言

为帮助广大中等职业学校的师生更深入地理解《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》的理念和要求,全面贯彻党的教育方针,践行社会主义核心价值观,落实立德树人的根本任务,发展学生的数学学科核心素养,我们遵循中职学生的认知特点和实际数学基础水平编写了本书,力求突出教学内容的针对性和适度性。

本书为中等职业学校公共基础课教材《数学 基础模块 上册》的配套同步学习指导用书,本书按照教材的章、节顺序进行编写。以节为单位,每节设置“学习目标”“同步训练”和“能力提升”三个栏目。学习目标,帮助学生从宏观上把握知识框架与能力定位;同步训练,通过经典习题巩固重要知识点;而能力提升,旨在提升学生的数学方法与解题能力,帮助学生突破重难点。

本书由长期工作在一线的中等职业学校骨干教师编写。由于编者水平有限,书中难免存在疏漏与不足之处,恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见和建议。

编者

2026年3月

目 录

第 1 章 集 合	1
1.1 集合及其表示	1
1.2 集合之间的关系	12
1.3 集合的运算	16
第 2 章 不等式	24
2.1 不等式的基本性质	24
2.2 区 间	29
2.3 一元二次不等式	32
2.4 含绝对值的不等式	36
2.5 不等式应用举例	39
第 3 章 函 数	44
3.1 函数的概念	44
3.2 函数的表示方法	48
3.3 函数的性质	51
3.4 函数的应用	58

第 4 章 三角函数	66
4.1 角的概念的推广	66
4.2 弧度制	70
4.3 任意角的三角函数	74
4.4 同角三角函数的基本关系	79
4.5 诱导公式	83
4.6 正弦函数的图像与性质	88
4.7 余弦函数的图像与性质	94
4.8 已知三角函数值求角	100

第1章

集 合

1.1 集合及其表示

学习目标

1. 掌握集合的性质,并能利用性质判断某些对象能否组成集合.
2. 能熟练运用符号表示元素与集合之间的关系.
3. 会选用适当的方法表示给定的集合.

1.1.1 集合的概念

同步训练

一、选择题

1. 下面各组对象中,能构成集合的是().
 - A. 自然数中较大的数
 - B. 某校高一年级所有胖学生
 - C. 与 2 009 很接近的数
 - D. 小于 2 009 的正偶数

2. 下列说法中正确的是().
- A. 所有很小的实数可以构成集合
 B. 集合的元素是确定的
 C. 由 0,1,2,3,4,5 这些数组成的集合有 5 个元素
 D. 由自然数构成的集合是有限集
3. 下列集合为无限集的是().
- A. 世界上的最高峰
 B. 不超过 20 的非负整数
 C. 我班 16 岁以下的学生
 D. 直角坐标平面内横坐标和纵坐标互为相反数的点
4. 下面的说法错误的是().
- A. 自然数集通常用 \mathbf{Z} 来表示
 B. 集合一般用大写字母来表示
 C. 实数集通常用 \mathbf{R} 来表示
 D. 有理数集通常用 \mathbf{Q} 来表示
5. 下列各表示方法中正确的是().
- A. $0 \in \mathbf{N}_+$ B. $2 \in \mathbf{R}$ C. $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$ D. $\frac{2}{3} \in \mathbf{Z}$
6. 若集合 A 只含有元素 a , 则下列各式中正确的是().
- A. $0 \in A$ B. $a \in A$ C. $a \notin A$ D. $a = A$

二、填空题

1. 由小于 7 的自然数构成的集合, 所包含的元素为_____.
2. 用符号 \in 或 \notin 填空:
- 0 _____ \mathbf{N} , $\frac{2}{3}$ _____ \mathbf{Q} ,
- 5 _____ \mathbf{Q} , $\sqrt{2}$ _____ \mathbf{Z} ,
- 1 _____ \mathbf{R} , -2 _____ \mathbf{N}^* .

三、解答题

1. 判断下列各组对象能否构成一个集合,并说明理由.

(1)所有的三角形;

(2)我国的小河流;

(3)方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的所有实数解;

(4)著名的数学家;

(5) 大于 3 且小于 11 的偶数.

2. 指出下列各集合的元素.

(1) 太阳系的八大行星;

(2) 不等式 $3x - 5 < 7$ 的正整数解;

(3)一年中含有 30 天的月份；

(4)本班所学的课程.

能力提升

1. 现有下列说法：

①全体正方体构成一个集合；

②未来世界的高科技产品构成一个集合；

③ $\sqrt{3}$ 的近似值构成一个集合；

④方程 $(x-1)(x+1)^2=0$ 的所有解构成的集合中有 2 个元素.

其中正确的是().

A. ①②

B. ①④

C. ②③

D. ③④

2. 下面有四个结论：①集合 \mathbf{N} 中最小数为 1；②若 $-a \notin \mathbf{N}$ ，则 $a \in \mathbf{N}$ ；③若 $a \in \mathbf{N}$ ， $b \in \mathbf{N}$ ，则 $a+b$ 的最小值为 2；④所有的正数组成一个集合. 其中正确结论的个数为().

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

3. 如果关于 x 的方程 $mx^2+2x-1=0$ 的解集中只有一个元素,则 m 的值为().

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 0 或 -1

4. 已知集合 A 中含有 3 个元素 $1, a, a-1$,若 $-2 \in A$,则实数 a 的值为_____.

5. 判断下列集合是有限集还是无限集.

(1)某校高一年级体重 50 kg 以上的学生的全体;

(2)方程 $x^2+2x+3=0$ 的所有实数解;

(3)直角坐标系中横、纵坐标相等的所有点;

(4)英文大写字母的全体;

(5)不等式 $3-2x>0$ 的所有实数解;

(6)一次函数 $y=2x$ 的图像上所有的点.

1.1.2 集合的表示法

同步训练

一、选择题

1. 下列集合表示正确的是().

- A. $\{3, 3, 2\}$
 B. $\{1, 3, 4, 5, 8, 9, 1, 4, \dots\}$
 C. 正整数
 D. 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集为 $\{x \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$

2. 下列方法属于列举法的是().

- A. $\{x \mid x \leq 1\}$
 B. $\{\text{周长为 } 15 \text{ cm 的三角形}\}$
 C. $\{1, 3, 5, 7\}$
 D. $\{\text{世界上的所有洲}\}$

3. 方程组 $\begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$ 的解集是().

- A. $(5, 4)$
 B. $(5, -4)$
 C. $\{(-5, 4)\}$
 D. $\{(5, -4)\}$

4. 下列四个集合中, 为空集的是().

- A. $\{x \mid x + 3 = 3\}$
 B. $\{(x, y) \mid y^2 = -x^2, x, y \in \mathbf{R}\}$
 C. $\{x \mid x^2 \leq 0\}$
 D. $\{x \mid x^2 - x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$

二、填空题

1. $\{(x, y) \mid x + y = 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ 用列举法表示为_____.

2. $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ 用描述法表示为_____.

三、解答题

1. 用列举法表示下列集合：

(1) 不大于 10 的正偶数集；

(2) 自然数中不大于 10 的质数集；

(3) $\{x \mid (x-1)^2(x-2)=0\}$.

2. 用描述法表示下列集合:

(1) $\{1, 2, 4, 8, 16\}$;

(2) 方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的实数解;

(3) 所有的正三角形.

3. 用适当的方法表示下列集合：

- (1) 由所有非负偶数组成的集合；
- (2) 由所有小于 20 的正数组成的集合；
- (3) 方程 $(x-1)(x-2)(x^2-5)=0$ 的解组成的集合；
- (4) 以点 A 为圆心, m 为半径的圆上所有点组成的集合.

能力提升

1. 集合 $\{x \in \mathbf{Z} \mid -1 \leq x < 4\}$ 用列举法可以表示为().

- A. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- B. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
- C. $\{0, 1, 2, 3\}$
- D. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

2. 已知空集 $\{x \mid x^2 - x + a = 0\}$, 则实数 a 的取值范围是().

- A. $\left\{a \mid a < -\frac{1}{4}\right\}$
- B. $\left\{a \mid a \leq \frac{1}{4}\right\}$
- C. $\left\{a \mid a \geq \frac{1}{4}\right\}$
- D. $\left\{a \mid a > \frac{1}{4}\right\}$

3. 已知 n 是正数, 且集合 $\{x \mid x^2 + mx + 16 = 0\} = \{n\}$, 则 $m + n =$ ().

A. 0 B. 2 C. -4 D. 4

4. 集合 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \dots\right\}$ 用描述法可以表示为_____.

5. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 方程 $(x-2)(x-3)=0$ 的解集;

(2) 大于 -1.5 , 且小于 7.8 的整数的全体;

(3) 所有能被 5 整除的数的集合;

(4)在平面直角坐标系中,一次函数 $y = -x$ 的图像上所有的点组成的集合.

1.2 集合之间的关系

学习目标

能熟练运用符号表示集合与集合之间的关系.

同步训练

一、选择题

1. 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{0, 2\}$, 则().

A. $M \subsetneq N$

B. $M = N$

C. $N \subsetneq M$

D. $N \in M$

2. 下列关系正确的是().

- A. $a \in \{b\}$ B. $\{a\} \subsetneq \{a, b\}$ C. $\{a\} \subsetneq \{a\}$ D. $\emptyset \in \{a\}$

3. 下列命题中正确的是().

- A. $\mathbf{N} \supseteq \mathbf{Z}$
 B. 若 $M \subseteq N$, 则 $N \subseteq M$
 C. \emptyset 是任何集合的真子集
 D. 若 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x \in A\}$, 则 $A \supseteq B$

二、填空题

1. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集是_____.

2. 若 $\{1, -1, x^2\} = \{1, 0, -1\}$, 则 $x =$ _____.

3. 用符号“ \in ”“ \notin ”“ \subsetneq ”“ \supsetneq ”或“ $=$ ”填空:

- (1) \emptyset _____ $\{1, 2\}$; (2) 0 _____ $\{0, 3, 6\}$;
 (3) $\{0\}$ _____ $\{0, 2, 4\}$; (4) $\{x | x^2 = 64\}$ _____ $\{-8, 8\}$.

三、解答题

1. 写出集合 $\{b, d, m\}$ 的所有子集, 并指出其真子集.

2. 写出集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 中包含 1 个元素的子集.

3. 已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$, 集合 $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 试指出集合 A 与 B 之间的关系.

能力提升

- 集合 $M = \{x \in \mathbf{N} \mid -1 < x < 3\}$ 的子集的个数是().
 A. 16 B. 8 C. 7 D. 4
- 给出下列关系:①高一(1)班的所有高个子同学可以构成一个集合;② $\emptyset \in \{\emptyset\}$;③ $\{1, -2\} \subseteq \{(x, y) \mid y = x^2 - x - 2\}$, 其中正确的个数为().
 A. 3 B. 2 C. 0 D. 1
- 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$, 则下列式子① $\{1\} \in A$, ② $-1 \subseteq A$, ③ $\emptyset \subseteq A$, ④ $\{1, -1\} \subseteq A$ 表示正确的有().
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2x + a = 0, a \in \mathbf{R}\}$, 若集合 A 有且仅有两个子集, 则 a 的值是().
 A. 1 B. -1 C. 0, 1 D. -1, 0, 1
- 已知集合 $A = \{x \mid -4 < x < 1\}$, $B = \{x \mid 2a - 1 < x < a + 1\}$.
 (1)若 $a = -1$, 试判断集合 A, B 之间是否存在子集关系;
 (2)若 $A \supseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

1.3 集合的运算

学习目标

会利用交集、并集、补集的定义及运算性质进行集合间的运算.

同步训练

一、选择题

- 全集 $U = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{5, 6, 7\}$, 则集合 $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$ = ().
 A. $\{5\}$ B. $\{8\}$ C. $\{5, 7\}$ D. $\{7, 8\}$
- 已知集合 $M = \{x \mid -4 < x < 3\}$, $N = \{x \mid x < -\sqrt{3} \text{ 或 } x > 1\}$, 那么 $M \cap N =$ ().
 A. $\{x \mid -4 < x < -\sqrt{3} \text{ 或 } 1 < x < 3\}$ B. \mathbf{R}
 C. $\{x \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\}$ D. $\{x \mid -4 < x < 1\}$
- 全集 $U = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{5, 6, 7\}$, 则集合 $(\complement_U M) \cup (\complement_U N)$ = ().
 A. $\{1, 3, 5, 6\}$ B. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 C. $\{1, 3, 6, 7, 9\}$ D. $\{1, 6, 7, 9\}$
- 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cup N$ 为 ().
 A. $\{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$ B. $\{x \mid 2 < x < 3\}$
 C. $\{x \mid -1 < x < 4\}$ D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$

三、解答题

1. 已知集合 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, 集合 $A = \{2, 7, 11\}$, 集合 $B = \{5, 7, 11, 19\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$ 和 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

2. 已知集合 $A = \{x \mid -3 < x \leq 5\}$, 集合 $B = \{x \mid 2 < x < 7\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$,

3. 已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 6\}$, $B = \{x \mid m + 2 \leq x \leq 2m\}$, 且满足 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

4. 已知集合 $M = \{x \mid x^2 - x + m = 0\}$, $N = \{x \mid x^2 + nx - 2 = 0\}$, 如果 $M \cup N = \{-2, 0, 1\}$, 求 m, n 的值.

5. 已知集合 $A = \{x \mid a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$.

(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

4. 设集合 $A = \{m \mid m \in \mathbf{N}, m < 6\}$, $B = \{n \mid n \in \mathbf{N}, n > -5\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.

A. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

B. $\{m \mid m \in \mathbf{N}, -5 < m < 6\}$

C. $\{m \mid m \in \mathbf{N}, m > -5\}$

D. \mathbf{Z}

二、填空题

1. 设 $A = \{x \mid x < 6, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid 2 < x < 7, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $M = \{\text{语文, 数学, 英语}\}$, $N = \{\text{数学, 语文, 体育}\}$, 则 $M \cap N = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $A = \{6 \text{ 的正约数}\}$, $B = \{8 \text{ 的正约数}\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若 $U = \{-2, 2, a + 3\}$, $\complement_U A = \{3\}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 解方程组:

$$(1) \begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 4; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + y = 3; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - y = 2; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 3x + 4y = 10, \\ 4x - 3y = 5. \end{cases}$$

2. 因式分解:

(1) $x^2 - 4x - 21$;

(2) $2x^2 - 5x + 2$;

(3) $3x^2 + 5x + 2$.

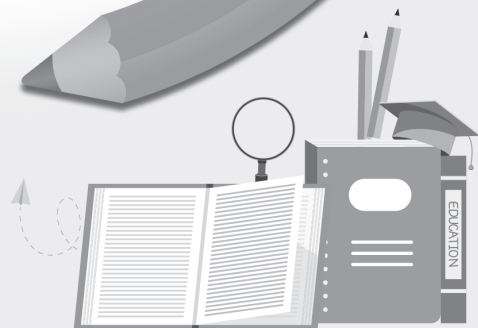
中等职业学校职教高考公共基础课配套用书

数 学

同步学习辅导

基础模块·上册

参考答案



湖南大学出版社

第1章 集合

1.1 集合及其表示

1.1.1 集合的概念

【同步训练】

一、选择题

1. D 2. B 3. D 4. A 5. B 6. B

二、填空题

1. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 2. (从左到右按行) \in \in \in \notin \in \notin

三、解答题

1. 解: 集合中的元素应满足确定性、互异性和无序性.

(1) 能. 理由: 满足集合元素的三个特征, 所以能构成集合.

(2) 不能. 理由: 河流的大小没有一个明确的分界, 不满足集合元素的确定性, 所以不能构成集合.

(3) 能. 理由: 方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的解为 $x = -2$ 或 $x = 3$, 满足集合元素的三个特征, 所以能构成集合.

(4) 不能. 理由: 著名和不著名没有一个明确的分界, 不满足集合元素的确定性, 所以不能构成集合.

(5) 能. 理由: 大于 3 且小于 11 的偶数为 4, 6, 8, 10, 满足集合元素的三个特征, 所以能构成集合.

2. (1) 水星, 金星, 地球, 火星, 木星, 土星, 天王星, 海王星 (2) 1, 2, 3 (3) 4, 6, 9, 11 (4) 略

【能力提升】

1. B 【解析】②与③标准不明确, 不满足确定性, 不能构成集合. ①与④的对象是确定的, 能构成集合. 故选 B.

2. B 【解析】直接由元素与集合的关系逐一判断即可.

①集合 \mathbf{N} 中最小数为 0, 故①错误; ②取 $-1.5 \notin \mathbf{N}$, 则 $1.5 \notin \mathbf{N}$, 故②错误; ③若 $a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}$, 当 $a = b = 0$ 时, $a + b = 0$, 故③错误; ④所有的正数组成一个集合, 故④正确. 故选 B.

3. D 【解析】当 $m = 0$ 时, 原方程化为 $2x - 1 = 0$, 解得 $x = \frac{1}{2}$, 满足题意; 当 $m \neq 0$ 时, 要使方程 $mx^2 + 2x - 1 = 0$ 的解集中只有一个元素, 则 $\Delta = 4 + 4m = 0$, 解得 $m = -1$. 综上, m 的值为 0 或 -1 . 故选 D.

4. -1 或 -2 【解析】 由题意可知 $a = -2$ 或 $a - 1 = -2$, 即 $a = -2$ 或 $a = -1$.
5. 解: (1) 某校高一年级体重 50 kg 以上的学生数量是有限的, 所以这个集合是有限集.
 (2) 方程 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 没有实数解, 这个集合中元素个数为 0 , 所以这个集合是有限集.
 (3) 直角坐标系中横、纵坐标相等的点有无限多个, 所以这个集合是无限集.
 (4) 英文大写字母共有 26 个, 所以这个集合是有限集.
 (5) $3 - 2x > 0$ 的解集为 $\left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$, 包含无限多个实数, 所以这个集合是无限集.
 (6) 一次函数 $y = 2x$ 的图像是一条直线, 这条直线是由无数个点组成, 所以这个集合是无限集.

1.1.2 集合的表示法

【同步训练】

一、选择题

1. D 2. C 3. D 4. D

二、填空题

1. $\{(0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 0)\}$
 2. $\{x \mid x = 3k, k = 1, 2, 3, 4, 5\}$

三、解答题

1. (1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ (2) $\{2, 3, 5, 7\}$ (3) $\{1, 2\}$
 2. (1) $\{x \mid x = 2^k, k = 0, 1, 2, 3, 4\}$ (2) $\{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$ (3) $\{x \mid x \text{ 是正三角形}\}$
 3. (1) 用描述法表示为 $\{x \mid x \text{ 是非负偶数}\}$
 (2) 用描述法表示为 $\{x \mid x \text{ 是小于 } 20 \text{ 的正整数}\}$
 (3) 用列举法表示为 $\{1, 2, \sqrt{5}, -\sqrt{5}\}$
 (4) 用描述法表示为 $\{x \mid x \text{ 是以点 } A \text{ 为圆心, } m \text{ 为半径的圆上的点}\}$

【能力提升】

1. B 【解析】 因为 $-1 \leq x < 4$ 的整数有 $-1, 0, 1, 2, 3$, 所以用列举法表示为 $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$.
2. D 【解析】 由题意, 一元二次方程 $x^2 - x + a = 0$ 无解, 故 $1 - 4a < 0$, 解得 $a > \frac{1}{4}$. 故选 D.
3. C 【解析】 由题意可知方程 $x^2 + mx + 16 = 0$ 有两个相等的正实根, 故 $\Delta = m^2 - 64 = 0$. 又方程两根之和为正数, 即 $m < 0$, 所以 $m = -8$, 因此方程变为 $x^2 - 8x + 16 = 0$, 且根为 4 , 故 $n = 4$, 所以 $m + n = -8 + 4 = -4$. 故选 C.
4. $\left\{x \mid x = \frac{1}{2n}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$ 【解析】 集合 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \dots\right\}$ 中的元素的分子是正偶数, 分子为 1 , 则用描述法表示为 $\left\{x \mid x = \frac{1}{2n}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$.

5. 解: (1) $\{2, 3\}$;
 (2) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;
 (3) $\{x \mid x = 5n, n \in \mathbf{Z}\}$;
 (4) $\{(x, y) \mid y = -x\}$.

1.2 集合之间的关系

【同步训练】

一、选择题

1. C 2. B 3. D

二、填空题

1. $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$
 2. 0 3. (1) \subsetneq (2) \in (3) \subsetneq (4) $=$

三、解答题

1. 所有子集为 $\emptyset, \{b\}, \{d\}, \{m\}, \{b, d\}, \{b, m\}, \{d, m\}, \{b, d, m\}$, 其中除 $\{b, d, m\}$ 外, 都是其真子集.
 2. $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$.
 3. 解: 集合 B 中的元素都属于集合 A , 集合 A 中不属于集合 B 的元素, 所以集合 A 与 B 之间的关系为 $A \supsetneq B$.

【能力提升】

1. B 【解析】 $M = \{x \in \mathbf{N} \mid -1 < x < 3\} = \{0, 1, 2\}$, 集合 M 中有 3 个元素, 则集合 M 的子集个数是 $2^3 = 8$. 故选 B.
 2. D 【解析】 利用集合的意义判断①; 利用元素与集合、集合与集合的关系判断②③. 对于①, 高个子同学的身高没有界定, 即研究的对象不确定, ①错误; 对于②, $\emptyset \in \{\emptyset\}$, ②正确; 对于③, 集合 $\{(x, y) \mid y = x^2 - x - 2\}$ 的元素是有序数对, 而 $\{1, -2\}$ 的元素是两个单实数, ③错误. 所以正确的个数为 1. 故选 D.
 3. B 【解析】 因为 $A = \{x \mid x^2 - 1 = 0\} = \{-1, 1\}$, 则 $\{1\} \in A$, 集合与集合之间不能用“属于”符号, 所以①不正确; $-1 \subseteq A$, 元素与集合之间不能用“包含于”符号, 所以②不正确; $\emptyset \subseteq A$, 符合子集的定义, 所以③正确; $\{-1, 1\} \subseteq A$ 符合子集的定义, 所以④正确. 因此, 正确的式子有 2 个. 故选 B.
 4. D 【解析】 由题意得集合 A 中的元素有 1 个, 当 $a = 0$ 时, $x = 0$, 符合题意. 当 $a \neq 0$ 时, $ax^2 + 2x + a = 0$ 只有一个根, 即 $2^2 - 4a^2 = 0$, 解得 $a = 1$ 或者 $a = -1$. 综上所述 $a = 0$ 或 $a = 1$ 或 $a = -1$. 故选 D.
 5. 解: (1) 若 $a = -1$, 则 $B = \{x \mid -3 < x < 0\}$. 又 $A = \{x \mid -4 < x < 1\}$, 所以 $B \subsetneq A$.
 (2) 由已知 $A \supseteq B$.

当 $B = \emptyset$ 时, $2a - 1 \geq a + 1$, 解得 $a \geq 2$, 显然成立.

$$\text{当 } B \neq \emptyset \text{ 时, 由题意可得 } \begin{cases} 2a - 1 < a + 1 \\ 2a - 1 \geq -4 \\ a + 1 \leq 1 \end{cases}, \text{ 解得 } -\frac{3}{2} \leq a \leq 0.$$

综上所述, 实数 a 的取值范围为 $\left\{ a \mid -\frac{3}{2} \leq a \leq 0 \text{ 或 } a \geq 2 \right\}$.

1.3 集合的运算

【同步训练】

一、选择题

1. B 2. A 3. C 4. D 5. D 6. B 7. B 8. C 9. D 10. B

二、填空题

1. $\{x \mid x > -3\}$ 2. $0, \pm\sqrt{3}$
3. B 或 $\{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$ 4. $\{3\}$ 5. \mathbf{R} 6. $\{(-1, 3)\}$

三、解答题

1. 解: $A \cap B = \{7, 11\}$, $A \cup B = \{2, 5, 7, 11, 19\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{3, 13, 17\}$.

2. 解: $A \cap B = \{x \mid 2 < x \leq 5\}$, $A \cup B = \{x \mid -3 < x < 7\}$.

3. 解: 由 $A \cup B = A$ 可知 $B = \emptyset$ 或 $B \subseteq A$. 当 $B = \emptyset$ 时, 有 $m + 2 > 2m$, 得 $m < 2$.

$$\text{当 } B \subseteq A \text{ 时, 有 } \begin{cases} m + 2 \leq 2m, \\ m + 2 \geq -3, \\ 2m \leq 6, \end{cases} \text{ 解得 } 2 \leq m \leq 3.$$

综上: $m \leq 3$.

4. 解: 设 $x^2 - x + m = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则有 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = m, \end{cases}$

同理, 设 $x^2 + nx - 2 = 0$ 的两根为 x_3, x_4 , 则有 $\begin{cases} x_3 + x_4 = -n, \\ x_3 x_4 = -2, \end{cases}$

由 $M \cup N = \{-2, 0, 1\}$ 可知 $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{-2, 0, 1\}$,

满足 $x_1 + x_2 = 1$ 的只有 0 与 1, 所以 $x_1 x_2 = 0 \times 1 = 0 = m$, 即 $m = 0$;

满足 $x_3 x_4 = -2$ 的只有 -2 与 1, 所以 $x_3 + x_4 = -2 + 1 = -1 = -n$, 即 $n = 1$,

故 $m = 0, n = 1$.

5. (1) $-1 \leq a \leq 2$ (2) $a < -4$ 或 $a > 5$

6. 解: 当方程 $x^2 - 2ax + b = 0$ 有两个相同的根时, 若 $x = -3$, 则 $a = -3, b = 9$, 若 $x = 4$, 则 $a = 4, b = 16$;

当方程 $x^2 - 2ax + b = 0$ 有两个不同的根时, 此时两根为 -3, 4, 相应地 $a = \frac{1}{2}$,

$$b = -12.$$

【能力提升】

一、选择题

1. A 2. D 3. D 4. C

二、填空题

1. $\{3, 4, 5\}$ 2. $\{\text{数学}, \text{语文}\}$ 3. $\{1, 2\}$ 4. 0 $\{-2, 2\}$

三、解答题

1. 解:

$$(1) \begin{cases} x + y = 6 & \text{①}, \\ x - y = 4 & \text{②}, \end{cases}$$

由①+②得 $2x = 10, x = 5,$

代入①得 $y = 1,$

故方程组的解为 $\begin{cases} x = 5, \\ y = 1. \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} 2x + y = 5 & \text{①}, \\ x + y = 3 & \text{②}, \end{cases}$$

由①-②得 $x = 2,$

代入①得 $y = 1,$

故方程组的解为 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

$$(3) \begin{cases} 2x + 3y = 5 & \text{①}, \\ 3x - y = 2 & \text{②}, \end{cases}$$

由② \times 3得 $9x - 3y = 6$ ③,

由①+③得 $x = 1,$

代入①得 $y = 1,$

故方程组的解为 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$

$$(4) \begin{cases} 3x + 4y = 10 & \text{①}, \\ 4x - 3y = 5 & \text{②}, \end{cases}$$

由① \times 4得 $12x + 16y = 40$ ③,

由② \times 3得 $12x - 9y = 15$ ④,

③-④得 $y = 1,$

代入①得 $x = 2,$

故方程组的解为 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

2. 解: (1) $x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$;
 (2) $2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(x - 2)$;
 (3) $3x^2 + 5x + 2 = (x + 1)(3x + 2)$.

第2章 不等式

2.1 不等式的基本性质

【同步训练】

一、选择题

1. A 2. D 3. B 4. C

二、填空题

1. $<$ 2. $>$ 3. $a^2b > ab^2$ 4. $a^2 > b^2$

三、解答题

1. 解: 因为 $(2x^4 + 1) - (2x^3 + x^2) = 2x^3(x - 1) - (x + 1)(x - 1) = (x - 1)(2x^3 - x - 1)$
 $= (x - 1)^2(2x^2 + 2x + 1)$
 $= (x - 1)^2 \left[2 \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \right],$

又 $x \neq 1$, 所以 $(x - 1)^2 \left[2 \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \right] > 0$.

所以 $2x^4 + 1 > 2x^3 + x^2$.

2. 解: 因为 $(x - 3)^2 - (x - 1)(x - 5) = (x^2 - 6x + 9) - (x^2 - 6x + 5) = 4 > 0$,
 所以 $(x - 3)^2 > (x - 1)(x - 5)$.

3. 解: 因为 $\frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$, $\frac{x}{x-2} = \frac{x-2+2}{x-2} = 1 + \frac{2}{x-2}$,

由 $x > 2$, 则 $\frac{2}{x} < \frac{x}{x-2}$,

所以 $1 + \frac{2}{x} < 1 + \frac{x}{x-2}$.

即 $\frac{x+2}{x} < \frac{x}{x-2}$.

【能力提升】

一、选择题

1. A 2. D 3. C 4. D 5. A 6. B

二、填空题

1. $>$ 2. $abc > ac > bc$ 3. $b < -b < -ab < a$ 4. $>$