

责任编辑：余培红
策划编辑：吴 嫣
责任设计：孙雪丽

数学

同步辅导与能力训练

基础模块·上

中等职业学校职教高考公共基础课配套学生用书

新课标
BSD

中等职业学校职教高考
公共基础课配套学生用书

数学 同步辅导与能力训练

基础模块·上

主编
◎ 刘克生

航空工业出版社



基础模块

上

主编 ◎ 刘克生

中航出版传媒有限责任公司
CHINA AVIATION PUBLISHING & MEDIA CO.,LTD.
www.aviationnow.com.cn



定价：38.00 元

航空工业出版社

中等职业学校职教高考公共基础课配套用书

数学

同步辅导与能力训练



基础模块

上

主编 © 刘克生

航空工业出版社

北 京

内 容 提 要

本书以中等职业学校教育教学改革、提供课堂时效性为目标,以《中等职业学校课程标准(2020年版)》为基础,充分落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业学校公共基础课程教材《数学 基础模块 上册》相配套的学习指导用书,本书题目数量和难易程度适中,有助于学生巩固所学知识,进一步提高分析问题和解决问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

数学同步辅导与能力训练:基础模块. 上 / 刘克生

主编. --北京:航空工业出版社,2025.6. --ISBN

978-7-5165-4201-9

I. G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 202563MT33 号

数学同步辅导与能力训练(基础模块·上)

Shuxue Tongbu Fudao Yu Nengli Xunlian (Jichu Mokuai · Shang)

航空工业出版社出版发行

(北京市朝阳区京顺路5号曙光大厦C座四层 100028)

发行部电话:010-85672675 010-85672678

廊坊市鸿煊印刷有限公司印刷

全国各地新华书店经售

2025年7月第1版

2025年7月第1次印刷

开本:880×1230 1/16

字数:170千字

印张:9

定价:38.00元

前言

PREFACE

本书是与中等职业学校公共基础课程教材《数学 基础模块 上册》（北师大版）配套的学生学习指导用书。本书按照《中等职业学校数学课程标准》（2020年版）的要求编写，旨在落实立德树人的根本任务，注重遵循职业学校学生的特点和实际的数学基础水平，来发展学生的数学学科核心素养。本书编写具有以下特征：

第一，针对性。一方面，练习册以一节课为单位组织编写；另一方面，每个练习题都针对一个知识点。

第二，全面性。在练习册的编写过程中，针对《中等职业学校数学课程标准》（2020年版）的要求，每一个知识点都编写了相应的练习题。

第三，合理性。本书题目数量和难易程度适当，有助于巩固学生所学知识，进一步提高学生分析问题和解决问题的能力，并且对加强学生的思维训练和能力培养都起到了良好的作用。

第四，专业性。本书融合了多名具有数年教学经验的特级教师的教学成果，从对知识的积累到应用、对综合运用能力的掌握到提高，都尽显了本书的专业特色！

本书由众多长期从事中等职业教育教学研究工作的专家和在一线对口高考毕业班执教的资深教师共同编写。由于编写经验所限，问题在所难免，恳请广大读者提出宝贵的意见和建议，以便我们今后修订完善。

编者

目 录

CATALOG

第一单元

集 合

1

- 1.1 集合及其表示 /2
- 1.2 集合之间的关系 /8
- 1.3 集合的基本运算 /12

第二单元

不等式

17

- 2.1 不等式的基本性质 /18
- 2.2 区间 /22
- 2.3 一元二次不等式 /27
- 2.4 含绝对值的不等式 /32
- 2.5 不等式的应用 /37

第三单元

函 数

41

- 3.1 函数的概念 /42
- 3.2 函数的表示方法 /46
- 3.3 函数的单调性和奇偶性 /52
- 3.4 函数的应用 /58

第四单元

指数函数与对数函数

65

- 4.1 实数指数幂 /66
- 4.2 指数函数 /71
- 4.3 对数 /77
- 4.4 对数函数 /82
- 4.5 指数函数与对数函数的实际应用 /86

第五单元

三角函数

91

- 5.1 角的概念推广 /92
- 5.2 弧度制 /97
- 5.3 任意角的正弦函数、余弦函数和正切函数 /103
- 5.4 同角三角函数的基本关系 /109
- 5.5 诱导公式 /115
- 5.6 正弦函数的图像和性质 /122
- 5.7 余弦函数的图像和性质 /128
- 5.8 已知三角函数值，求指定范围的角 /134

第一单元 集合



1.1 集合及其表示

要点回顾

1. **集合**：由某些 _____ 的对象组成的整体称为集合，简称为 _____。集合里的每个对象称为集合的 _____。通常用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示 _____，用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合的 _____。
2. **元素与集合的关系**：如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A ，记作 _____；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A ，记作 _____。
3. **集合的分类**：含有有限个元素的集合称为 _____；含有无限个元素的集合称为 _____；不含任何元素的集合称为 _____，记作 _____。
4. **常见的几个数集**：自然数集记作 _____，正整数集记作 _____，整数集记作 _____，有理数集记作 _____，实数集记作 _____。
5. **集合的表示方法**：在花括号中将集合的所有元素一一列举出来，元素之间用逗号隔开，这种表示集合的方法称为 _____；在花括号中将元素的特征性质描述出来，这种表示集合的方法称为 _____。

答案

1. 确定，集，元素，集合，元素。
2. $a \in A, a \notin A$.
3. 有限集，无限集，空集， $\emptyset$.
4. $\mathbf{N}, \mathbf{N}^*, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$.
5. 列举法，描述法。

典例分析

例 1 下列各题中的每组对象能否确定一个集合？若能，则构成的是有限集还是无限集？

- (1) 一切很大的数；
 (2) 方程 $x^2=9$ 的所有解；
 (3) 不等式 $x-5>0$ 的所有解.

解 (1) 由集合的概念知，组成集合的对象必须是确定的，因为很大的数没有具体的标准，“一切很大的数”所指的对象是不确定的，所以不能构成集合.

(2) 方程 $x^2=9$ 的解为 $x=\pm 3$ ，是有限的确定的对象，所以可以构成集合，为有限集.

(3) 解不等式 $x-5>0$ 可得 $x>5$ ，它们是确定的对象，所以可以构成集合，但元素个数是无限多的，故为无限集.

例 2 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

- (1) 0 _____ $\{0\}$; (2) 3.14 _____ $\mathbf{R}$;
 (3) π _____ $\mathbf{Q}$; (4) 0 _____ $\emptyset$;
 (5) a _____ $\{a, b, c\}$; (6) 3 _____ $\mathbf{N}$;
 (7) $\frac{1}{3}$ _____ $\mathbf{N}^*$; (8) $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{R}$.

解 (1) $\in$; (2) $\in$; (3) $\notin$; (4) $\notin$; (5) $\in$; (6) $\in$; (7) $\notin$; (8) $\in$.

例 3 用列举法表示下列集合.

- (1) 大于 10 且小于 30 的奇数；
 (2) 能被 2 整除的正整数.

解 (1) 用列举法表示为 $\{11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$.

(2) 用列举法表示为 $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$.

例 4 用描述法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的自然数组成的集合；
 (2) 大于 4 且小于 10 的所有整数组成的集合.

解 (1) 小于 5 的自然数组成的集合为 $\{x \in \mathbf{N} \mid x < 5\}$.

(2) 大于 4 且小于 10 的所有整数组成的集合为 $\{x \in \mathbf{Z} \mid 4 < x < 10\}$.

例 5 选择适当的方法表示下列集合.

(1) 由方程 $x(x^2 - 2x - 3) = 0$ 的所有实数根组成的集合;

(2) 大于 2 且小于 6 的有理数组成的集合;

(3) 由直线 $y = -x + 4$ 上的横坐标和纵坐标都是自然数的点组成的集合.

解 (1) 方程的实数根为 $-1, 0, 3$, 故可以用列举法表示为 $\{-1, 0, 3\}$, 当然也可以用描述法表示为 $\{x \mid x(x^2 - 2x - 3) = 0\}$.

(2) 由于大于 2 且小于 6 的有理数有无数个, 故不能用列举法表示该集合, 但可以用描述法表示该集合为 $\{x \in \mathbf{Q} \mid 2 < x < 6\}$.

(3) 用描述法表示该集合为 $M = \{(x, y) \mid y = -x + 4, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$, 或用列举法表示该集合为 $\{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$.

基础巩固

一、选择题

1. 下列说法中正确的是().

- A. 所有很小的实数可以组成集合
- B. 集合的元素是确定的
- C. 由 0, 1, 2, 3, 4, 5 这些数组成的集合有 5 个元素
- D. 由自然数组成的集合是有限集

2. 下面的说法错误的是().

- A. 自然数集通常用 $\mathbf{Z}$ 来表示
- B. 集合一般用大写字母来表示
- C. 实数集通常用 $\mathbf{R}$ 来表示
- D. 有理数集通常用 $\mathbf{Q}$ 来表示

3. 下列关系中, 正确的是().

- A. $0 \notin \emptyset$
- B. $0 \in \emptyset$
- C. $0 = \emptyset$
- D. $0 \neq \emptyset$

4. 下列集合中是有限集的是().

- A. 方程 $x^2 + 1 = 0$ 的解集
- B. 所有偶数构成的集合
- C. 在 -1 到 4 之间的自然数构成的集合
- D. 有理数集

5. 有下列四个结论, 其中正确结论的个数是().

- ① 集合 $\mathbf{Z}$ 中的最小元素是 1;
- ② 方程 $(x-1)(x+2) = 0$ 的解集含有 2 个元素;

③ $0 \in \emptyset$;

④ 满足 $1+x>5$ 的整数的全体形成的集合为无限集.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 下列所给关系, 正确的个数是().

(1) $\pi \in \mathbf{R}$; (2) $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$; (3) $0 \in \mathbf{N}^*$; (4) $|-4| \notin \mathbf{Z}$.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 下列四个集合中是空集的是().

A. $\{x \mid x^2-1=0\}$ B. $\{x \mid x^2 < -x\}$
C. $\{x \mid x^2=0\}$ D. $\{x \mid x^2+1=0\}$

8. 偶数集可表示为().

A. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{R}\}$ B. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{N}\}$ D. $\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{N}^*\}$

9. 用列举法表示集合 $\{x \mid x^3+2x^2-3x=0\}$, 其正确结果是().

A. $-3, 0, 1$ B. $-3, 1$
C. $\{-3, 1\}$ D. $\{-3, 0, 1\}$

10. 方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ x^2-y^2=9 \end{cases}$ 的解集是().

A. $(5, 4)$ B. $(5, -4)$
C. $\{(-5, 4)\}$ D. $\{(5, -4)\}$

二、填空题

11. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) 0 _____ $\mathbf{N}$; (2) $\frac{2}{3}$ _____ $\mathbf{Q}$;

(3) 5 _____ $\mathbf{Q}$; (4) $\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{Z}$;

(5) -1 _____ $\mathbf{R}$; (6) $-2\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{Z}$.

12. 若集合由 a, a^2-a 两元素构成, 则 a 的取值范围是_____.

13. 由小于 8 的所有正实数组成的集合是_____ (填“有限集”“无限集”或“空集”).

14. 若 $\{a, 0, b\} = \left\{c, \frac{1}{b}, -1\right\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.

15. 用列举法表示大于 -3 小于 4 的整数组成的集合为_____.

16. 用描述法表示所有能被 5 整除的整数组成的集合为_____.

17. 下列对象能否组成集合？若能组成集合，指出哪些是有限集？哪些是无限集？哪些是空集：

①某班长得漂亮的同学；② $x^2-1=0$ 的解集；

③ $x^2+1=0$ 的解集；④小于 5 的自然数；⑤大于 2 小于 3 的实数.

有限集的是_____，无限集的是_____，空集的是_____.

18. $\{(x, y) \mid x+y=6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ 用列举法表示为_____.

19. $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ 用描述法表示为_____.

三、解答题

20. 设 $A = \{x-2, 2x^2+5x, 12\}$ ，已知 $-3 \in A$ ，求实数 x .

21. 已知集合 A 中有 3 个元素： $a+7$ ， $2a^2+5a+1$ ， a^2+1 ，且 $4 \in A$ ，求 a 的值.

能力闯关

1. 有下列各条件：

① 大于 5 小于 20 且既能被 3 整除也能被 2 整除的数的全体；

② 方程 $x^2+2x=0$ 的解的全体；

③ 某学校校园内部的柳树的全体；

④ 大于 50 的无理数的全体.

其中能确定一个集合的个数为().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

2. 下列说法正确的是().

A. 1 是集合 $\mathbf{N}$ 中最小的数

B. $x-2=0$ 的解集是有限集

C. $x^2=0$ 的解集是空集

D. 太湖中的鱼所组成的集合是无限集

3. 下列说法错误的是().

- A. 平面直角坐标系中的所有整点(纵、横坐标都是整数的点)可组成一个集合
- B. 小于 0.01 的整数的集合是无限集
- C. 只含有元素 0 的集合是空集
- D. 有限集所含的元素个数是有限的

4. 已知一元二次方程 $-x^2 + 5x - 4 = 0$ 的解集用 A 表示, 则有().

- A. $1 \in A$, 且 $4 \in A$
- B. $1 \in A$, 但 $4 \notin A$
- C. $1 \notin A$, 但 $4 \in A$
- D. $1 \notin A$, 且 $4 \notin A$

5. 有下面四个结论, 其中错误结论的个数为().

- ① 集合 $\mathbf{N}^*$ 中的最小元素是 1;
- ② 若 $-a \in \mathbf{N}$, 则 $a \in \mathbf{N}$;
- ③ $x^2 + 4 = 4x$ 的解集中有两个元素;
- ④ $0.7 \in \mathbf{Q}$.

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

6. 将集合 $\{2, 4, 6, 8\}$ 用描述法表示正确的有().

- ① $\{x \mid x \text{ 是大于 } 0 \text{ 且小于 } 10 \text{ 的偶数}\};$
- ② $\{x \mid 2 \leq x \leq 8\};$
- ③ $\{x \mid (x-2)(x-4)(x-6)(x-8)=0\};$
- ④ $\{x \mid x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\};$
- ⑤ $\{x \mid x=2n, 1 \leq n \leq 4, n \in \mathbf{N}\}.$

- A. ①②③
- B. ①③④
- C. ②③⑤
- D. ①③⑤

7. 用数学符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

- 0 _____ $\mathbf{N}$,
- -1 _____ $\mathbf{Z}$,
- 3.14 _____ $\mathbf{Q}$,
- π _____ $\mathbf{Q}$,
- $3.\dot{1}4$ _____ $\mathbf{Z}$,
- 3.1415926 _____ $\mathbf{R}$.

8. 实数集 $\{3, x, x^2 - 2x\}$ 中的元素 x 不能取的值为_____.

9. 判断下列各组对象能否组成集合, 并说明理由.

- (1) 数学学习好的人;
- (2) 所有的质数;
- (3) 我国古代好的发明创造;
- (4) 周长为 20 cm 的四边形.

10. 用适当的方法表示下列集合.

(1) 大于 1 且小于 10 的奇数;

(2) 12 的正约数;

(3) 能被 5 整除的正整数;

(4) 方程 $3x+5=0$ 的解集.

1.2 集合之间的关系

要点回顾

1. **子集**: 如果集合 A 中的 _____ 都是集合 B 中的元素, 那么集合 A 称为集合 B 的子集, 记作 _____.

2. 任何一个集合 A 都是 _____, 即 $A \subseteq A$.

3. **真子集**: 如果集合 B 是集合 A 的子集, 并且集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B , 那么集合 B 称为集合 A 的 _____, 记作 _____.

4. **集合相等**: 一般地, 如果集合 A 的元素与集合 B 的元素 _____, 那么就说集合 A 与集合 B 相等, 记作 _____.

5. 空集是任何集合的子集, 即对于任何一个集合 A , 都有 _____. 空集是 _____ 的真子集.

答案

1. 每一个元素, $A \subseteq B$.

2. 它本身的子集.

3. 真子集, $B \subsetneq A$.

4. 完全相同, $A=B$.

5. $\emptyset \subseteq A$, 任何非空集合.

典例分析

例 1 用符号 “ $\in$ ” “ $\notin$ ” “ $\subsetneq$ ” “ $\supsetneq$ ” 或 “ $=$ ” 填空.

0 _____ $\{0, 1\}$; $\{0\}$ _____ $\{0, 1\}$; $\{0, 1\}$ _____ $\{0, 1\}$;

$\emptyset$ _____ $\{0, 1\}$; $\{-1, 1\}$ _____ $\{x \mid x^2=1\}$; $\{\sqrt{7}\}$ _____ $\mathbf{R}$;

$\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ _____ $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$;

$\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$ _____ $\{x \mid x \leq 2\}$.

解 $\in \subseteq = \supseteq = \supsetneq \subsetneq \subset$

例 2 判断下列各组中两个集合之间的关系.

(1) $A = \{x \mid x = 3m, m \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 6k, k \in \mathbf{Z}\}$;

(2) $M = \{-3, 3\}$, $N = \{x \mid x^2 - 9 = 0\}$;

(3) $P = \{x \mid x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}$, $Q = \{x \mid x \text{ 是 } 4 \text{ 的倍数}\}$.

解 (1) 因为集合 B 中所有的元素都是集合 A 中的元素, 且集合 A 中有不属于集合 B 中的元素, 所以 $B \subsetneq A$.

(2) 由 $x^2 - 9 = 0$, 解得 $x_1 = 3$, $x_2 = -3$, 所以集合 N 用列举法表示为 $\{-3, 3\}$, 则可看出这两个集合相等, 即 $M = N$.

(3) 因为集合 Q 中所有的元素都是集合 P 中的元素, 且集合 P 中有不属于集合 Q 中的元素, 所以 $Q \subsetneq P$.

例 3 写出集合 $A = \{2, 3, 5\}$ 的所有子集和真子集.

解 集合 A 中共有三个元素, 要想一个不漏地写出其所有的子集, 可按以下步骤来写:

(1) 因为空集是所有集合的子集, 所以首先写出 $\emptyset$;

(2) 写出由一个元素组成的子集, 即 $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$;

(3) 写出由两个元素组成的子集, 即 $\{2, 3\}$, $\{3, 5\}$, $\{2, 5\}$;

(4) 写出由三个元素组成的子集, 即 $\{2, 3, 5\}$.

集合 A 的所有子集为 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}$.

在上述子集中除了集合 A 本身, 即 $\{2, 3, 5\}$, 其余的全为集合 A 的真子集.

基础巩固

一、选择题

1. 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{0, 2\}$, 则().

A. $M \subsetneq N$

B. $M = N$

C. $N \subsetneq M$

D. $N \in M$

2. 下列关系正确的是().

A. $a \in \{b\}$

B. $\{a\} \subsetneq \{a, b\}$

C. $\{a\} \subsetneq \{a\}$

D. $\emptyset \in \{a\}$

3. 下列说法中正确的是().

A. $\mathbf{N} \supseteq \mathbf{Z}$

- B. 若 $M \subseteq N$, 则 $N \subseteq M$
 C. $\emptyset$ 是任何集合的真子集
 D. 若 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \in A\}$, 则 $A \supseteq B$
4. 设集合 $A = \{x \mid -2 < x < 3\}$, $B = \{x \mid x - a < 0\}$, 若 $A \subsetneq B$, 则 a 的取值范围是().
 A. $a \geq 3$ B. $a \leq -2$ C. $a \geq -2$ D. $a \leq 3$
5. 满足关系 $\{1\} \subseteq M \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 M 有().
 A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个
6. 给出下面六个关系式:
 ① $0 \in \{0, 1\}$; ② $0 \subsetneq \{0, 1\}$; ③ $\emptyset \in \{0\}$; ④ $\emptyset \subsetneq \{0\}$; ⑤ $\{0\} \subsetneq \{0\}$;
 ⑥ $\{0\} = \{0\}$.
 其中正确的是().
 A. ①②④⑤ B. ②③④⑤ C. ②④⑤ D. ①④⑥

二、填空题

7. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集是_____.
8. 若 $\{1, -1, x^2\} = \{1, 0, -1\}$, 则 $x =$ _____.
9. 用符号 “ $\in$ ” “ $\notin$ ” “ $\subsetneq$ ” “ $\supsetneq$ ” 或 “ $=$ ” 填空:
 (1) $\emptyset$ _____ $\{1, 2\}$;
 (2) 0 _____ $\{0, 3, 6\}$;
 (3) $\{0\}$ _____ $\{0, 2, 4\}$;
 (4) $\{x \mid x^2 = 64\}$ _____ $\{-8, 8\}$.
10. 设集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2 - a + 1\}$, 且有 $B \subseteq A$, 则由 a 的取值构成的集合为_____.
11. 设 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 若 $A \subsetneq B$, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题

12. 写出集合 $\{b, d, m\}$ 的所有子集, 并指出其真子集.
13. 写出集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 中包含 1 个元素的子集.

14. 已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$, 集合 $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 试指出集合 A 与 B 之间的关系.

能力闯关

- 下列结论中, 正确的是().
 - 空集没有子集
 - 空集是任何一个集合的真子集
 - 任何一个集合必有两个或两个以上的子集
 - 设集合 $B \subseteq A$, 若 $x \notin A$, 则 $x \notin B$
- 用符号 “ $\subseteq$ ” “ $\supseteq$ ” 或 “ $=$ ” 填空:
 - $\{x \mid x^2 = 4\}$ _____ $\{2\}$;
 - $\mathbf{N}$ _____ $\mathbf{Z}$;
 - $\{a, b, d\}$ _____ $\{a, b, c, d\}$;
 - $\{x \mid |x| = 3\}$ _____ $\{3, -3\}$;
 - $\{x \mid x < 5\}$ _____ $\{x \mid x < 1\}$;
 - $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ _____ $\{x \mid x^2 = 2\}$.
- 集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}$ 与集合 $B = \{-2, 3, 4\}$ 的关系是_____.
- 空集是任何_____的真子集.
- 用知识框架描述数集之间的关系.
- 确定下列集合 A 与集合 B 之间的关系:
 - $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$;

$$(2) A = \{(x, y) \mid x - y + 1 = 0\}, B = \{(-1, 0)\};$$

$$(3) A = \{(x, y) \mid x > 0, y < 0\}, B = \{(x, y) \mid xy < 0\}.$$

1.3 集合的基本运算

要点回顾

- 交集:** 一般地, 对于给定的集合 A 与集合 B , 由既_____集合 A 又_____集合 B 的所有元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的交集, 记作_____.
- 对于任何集合 A 与集合 B , 都有 $A \cap A =$ _____, $A \cap B$ _____, $B \cap A$, $A \cap \emptyset =$ _____, 此外还有 $A \cap B$ _____ A , $A \cap B$ _____ B .
- 并集:** 一般地, 对于给定的集合 A 与集合 B , 由集合 A 与集合 B 的_____组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的并集, 记作_____.
- 对于任何集合 A 与集合 B , 都有 $A \cup A =$ _____, $A \cup B$ _____, $B \cup A$, $A \cup \emptyset =$ _____, 此外还有 $A \cup B$ _____ A , $A \cup B$ _____ B .
- 全集:** 在研究某些集合时, 如果这些集合是一个给定集合的_____, 那么这个给定的集合称为全集, 通常用字母_____表示.
- 补集:** 如果集合 A 是全集 U 的一个_____, 则全集 U 中_____集合 A 的所有元素组成的集合, 称为集合 A 在全集 U 中的补集, 记作_____.

答案

- | | |
|-------------------------|--|
| 1. 属于, 属于, $A \cap B$. | 2. A , $=$, $\emptyset$, $\subseteq$, $\subseteq$. |
| 3. 所有元素, $A \cup B$. | 4. A , $=$, A , $\supseteq$, $\supseteq$. |
| 5. 子集, U . | 6. 子集, 不属于, $\complement_U A$. |

典例分析

例 1 设集合 $A = \{x \mid -2 < x \leq 2, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{-2, 1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, 那么 $A \cap B =$ _____.

解 由已知可得 $A = \{0, 1, 2\}$, 故 $A \cap B = \{0, 1, 2\}$.

例 2 设集合 $A = \{x \mid -1 < x \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cup B =$ ().

A. $\{0, 1\}$

B. $\{-1, 2\}$

C. $\{-1, 0, 1\}$

D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

解 由已知可得 $A = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 故选 D.

例 3 已知 $\mathbf{R}$ 为实数集, 集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$. 若满足条件 $B \cup \complement_{\mathbf{R}} A = \mathbf{R}$, $B \cap \complement_{\mathbf{R}} A = \{x \mid 0 < x < 1 \text{ 或 } 2 < x < 3\}$, 求集合 B .

解 因为 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$. 又因为 $B \cup \complement_{\mathbf{R}} A = \mathbf{R}$, $A \cup \complement_{\mathbf{R}} A = \mathbf{R}$, 所以 $A \subseteq B$, 即 $B \cap A = A$.

借助数轴, 我们知道 $B \cap A$ 和 $B \cap \complement_{\mathbf{R}} A$ 的并集就是集合 B , 因此可得 $B = (B \cap A) \cup (B \cap \complement_{\mathbf{R}} A) = A \cup \{x \mid 0 < x < 1 \text{ 或 } 2 < x < 3\} = \{x \mid 0 < x < 3\}$.

基础巩固

一、选择题

1. 全集 $U = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{5, 6, 7\}$, 则集合 $\complement_U M \cap \complement_U N$ 等于().

A. $\{5\}$

B. $\{8\}$

C. $\{5, 7\}$

D. $\{7, 8\}$

2. 已知集合 $M = \{x \mid -4 < x < 3\}$, $N = \{x \mid x < -\sqrt{3} \text{ 或 } x > 1\}$, 那么 $M \cap N$ 等于().

A. $\{x \mid -4 < x < -\sqrt{3} \text{ 或 } 1 < x < 3\}$

B. $\mathbf{R}$

C. $\{x \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\}$

D. $\{x \mid -4 < x < 1\}$

3. 全集 $U = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{5, 6, 7\}$, 则集合 $\complement_U M \cup \complement_U N$ 等于().

A. $\{1, 3, 5, 6\}$

B. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

C. $\{1, 3, 6, 7, 9\}$

D. $\{1, 6, 7, 9\}$

4. 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cup N$ 等于().
 A. $\{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$ B. $\{x \mid 2 < x < 3\}$
 C. $\{x \mid -1 < x < 4\}$ D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$
5. 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) \mid x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 等于().
 A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$
 C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$
6. 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, e\}$, $N = \{b, d\}$, 下列集合是空集的是().
 A. $M \cap \complement_U N$ B. $M \cap N$
 C. $M \cup N$ D. $\complement_U M \cap N$
7. 集合 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$, 则集合 $A \cap B$ 等于().
 A. $(2, 1)$ B. $\{(2, 1)\}$
 C. $\{2, 1\}$ D. $x = 2, y = 1$
8. 设全集 $U = \{1, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, \mid a - 2 \mid\}$, $\complement_U A = \{4\}$, 则 a 的取值为().
 A. 3 B. 5 C. -1 或 5 D. 1 或 5
9. 若 $(A \cup B) \subsetneq (A \cup C)$, 则集合 B 与 C 的关系是().
 A. $C \subseteq B$ B. $B \subseteq C$
 C. $C \subsetneq B$ D. $B \subsetneq C$
10. 集合 $M = \{1, 3, t\}$, $N = \{t^2 - t + 1\}$, 若 $M \cup N = M$, 则().
 A. $t = 1$ B. $t = 2, t = 0$ 或 $t = -1$
 C. $t = 2$ 或 $t = \pm 1$ D. 不存在

二、填空题

11. 设集合 $A = \{x \mid x > -3\}$, $B = \{x \mid x \geq 4\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
12. 已知集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{x^2, 1\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则 x 的取值为_____.
13. 设集合 $A = \{x \mid x \text{ 是四边形}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
14. 设集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid 3 \leq x < 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
15. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid -1 < x \leq 2\}$, $N = \{x \mid x \leq 2\}$, 则 $\complement_U M \cup N =$ _____.

数学同步辅导与能力训练 (基础模块·上)

参考答案

(赠送)

第一单元 集合

1.1 集合及其表示

【基础巩固】

一、选择题

1. B 2. A 3. A 4. C 5. C 6. B 7. D 8. B 9. D 10. D

二、填空题

11. $(1) \in$ $(2) \in$ $(3) \in$ $(4) \notin$ $(5) \in$ $(6) \notin$
12. $\{a | a \neq 2 \text{ 且 } a \neq 0\}$ 13. 无限集 14. -1 1 0
15. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 16. $\{x | x = 5n, n \in \mathbf{Z}\}$
17. ②④ ⑤ ③
18. $\{(0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 0)\}$
19. $\{x | x = 3k, k = 1, 2, 3, 4, 5\}$

三、解答题

20. 解: 由于 $-3 \in A$, 当 $x - 2 = -3$ 时, 解得 $x = -1$;

当 $2x^2 + 5x = -3$ 时, 解得 $x = -1$ 或 $x = -\frac{3}{2}$.

又当 $x = -1$ 时, $A = \{-3, -3, 12\}$, 显然不成立, 故 $x = -\frac{3}{2}$.

21. 解: 根据题意, 可知 $a + 7 = 4$ 或 $2a^2 + 5a + 1 = 4$ 或 $a^2 + 1 = 4$.

当 $a + 7 = 4$ 时, $a = -3$, 此时, $2a^2 + 5a + 1 = 4$ (不符合题意);

当 $2a^2 + 5a + 1 = 4$ 时, $a = -3$ (舍去) 或 $a = \frac{1}{2}$ (符合题意);

当 $a^2 + 1 = 4$ 时, $a = \pm\sqrt{3}$ (符合题意).

综上所述, a 的值为 $\frac{1}{2}, \pm\sqrt{3}$.

【能力闯关】

1. D 2. B 3. C 4. A 5. C 6. D

7. $\in$ $\in$ $\in$ $\notin$ $\notin$ $\in$ 8. $-1, 0, 3$

9. (1)不能 (2)能 (3)不能 (4)能

10. 解: (1)用列举法表示为 $\{3, 5, 7, 9\}$.

(2)用列举法表示为 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

(3)用描述法表示为 $\{x | x \text{ 是能被 } 5 \text{ 整除的正整数}\}$.

(4)用列举法表示为 $\left\{-\frac{5}{3}\right\}$.

1.2 集合之间的关系

【基础巩固】

一、选择题

1. C 2. B 3. D 4. A 5. C 6. D

二、填空题

7. $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$ 8. 0

9. (1) $\subsetneq$ (2) $\in$ (3) $\subsetneq$ (4) $=$

10. $\{-1,2\}$ 11. $\{a|a \geq 2\}$

三、解答题

12. 解:所有子集为 $\emptyset, \{b\}, \{d\}, \{m\}, \{b,d\}, \{b,m\}, \{d,m\}, \{b,d,m\}$,其中除 $\{b,d,m\}$ 外,都是其真子集.

13. 解: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$.

14. 解: $A \supseteq B$.

【能力闯关】

1. D

2. (1) $\supseteq$ (2) $\subseteq$ (3) $\subseteq$ (4) $=$ (5) $\supseteq$ (6) $=$

3. $A \subseteq B$ 4. 非空集合

5. 实数 $\left\{ \begin{array}{l} \text{有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \left\{ \begin{array}{l} \text{自然数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数} \\ 0 \end{array} \right. \\ \text{负整数} \end{array} \right. \\ \text{分数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正分数} \\ \text{负分数} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \text{无理数} \end{array} \right.$

6. (1) $A \subseteq B$ (2) $A \supseteq B$ (3) $A \subseteq B$

1.3 集合的基本运算

【基础巩固】

一、选择题

1. B 2. A 3. C 4. D 5. D 6. B 7. B 8. C 9. D 10. B

二、填空题

11. $\{x|x>-3\}$ 12. $0, \pm\sqrt{3}$

13. $\{x|x \text{ 是平行四边形}\}$ 14. $\{3\}$ 15. $\mathbf{R}$ 16. $\{(-1,3)\}$

三、解答题

17. 解: $A \cap B = \{7, 11\}$, $A \cup B = \{2, 5, 7, 11, 19\}$, $\complement_U A \cap \complement_U B = \{3, 13, 17\}$.

18. 解: $A \cap B = \{x|2 < x \leq 5\}$, $A \cup B = \{x|-3 < x < 7\}$.

【能力闯关】

1. A 2. D 3. D 4. C 5. $\{3, 4, 5\}$

6. $\{\text{数学, 语文}\}$ 7. $\{1, 2\}$ 8. 0 $\{-2, 2\}$

9. 解: (1)
$$\begin{cases} x+y=6, & \text{①} \\ x-y=4, & \text{②} \end{cases}$$

由①+②, 得

$$2x=10,$$

$$x=5,$$

代入①, 得 $y=1$,

故方程组的解为
$$\begin{cases} x=5, \\ y=1. \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 2x+y=5, & \text{①} \\ x+y=3, & \text{②} \end{cases}$$

由①-②, 得 $x=2$,

代入①, 得 $y=1$,

故方程组的解为
$$\begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} 2x+3y=5, & \text{①} \\ 3x-y=2, & \text{②} \end{cases}$$

由② $\times$ 3, 得 $9x-3y=6$, ③

由①+③, 得 $x=1$,

代入①, 得 $y=1$,

故方程组的解为
$$\begin{cases} x=1, \\ y=1. \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} 3x+4y=10, & \text{①} \\ 4x-3y=5, & \text{②} \end{cases}$$

由① $\times$ 4, 得 $12x+16y=40$, ③

由② $\times$ 3, 得 $12x-9y=15$, ④

由③-④, 得 $y=1$,

代入①得 $x=2$,

故方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$

10. 解: (1) $x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$.
(2) $2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(x - 2)$.
(3) $3x^2 + 5x + 2 = (x + 1)(3x + 2)$.

第二单元 不等式

【基础巩固】

一、选择题

1. A 2. D 3. B 4. C 5. C 6. C 7. A 8. D 9. C 10. D 11. A 12. B

二、填空题

13. $<$ 14. $>$ 15. $a^2b > ab^2$ 16. $a^2 > b^2$ 17. $>$ 18. $abc > ac > bc$
19. $b < -b < -ab < a$ 20. $>$

三、解答题

21. 解: 因为 $(2x^4 + 1) - (2x^3 + x^2) = 2x^3(x - 1) - (x + 1)(x - 1) = (x - 1)(2x^3 - x - 1)$
 $= (x - 1)^2(2x^2 + 2x + 1) = (x - 1)^2 \left[2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \right],$
又因为 $x \neq 1$, 所以 $(x - 1)^2 \left[2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \right] > 0,$
所以 $2x^4 + 1 > 2x^3 + x^2$.
22. 解: 因为 $(x - 3)^2 - (x - 1)(x - 5) = (x^2 - 6x + 9) - (x^2 - 6x + 5) = 4 > 0,$
所以 $(x - 3)^2 > (x - 1)(x - 5)$.

【能力闯关】

1. $>$ 2. $<$ 3. $>$ 4. $>$ 5. $<$ $<$ $>$ 6. $>$ $>$ 7. $a < 0$ 8. $a \geq 0$
9. 解: $3 > \sqrt{7} > 1 > 0 > -\frac{1}{2} > -2 > -5 > -6$.
10. 证明: $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab}$.
因为 $a < b$, 所以 $b - a > 0$.
又因为 $ab < 0$, 所以 $\frac{b - a}{ab} < 0$,
故 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

2.2 区间

【基础巩固】

一、选择题

1. D 2. D 3. B 4. B 5. C 6. A 7. D 8. B 9. B 10. D

二、填空题

11. (1) $[1, +\infty)$ (2) $(-\infty, 3)$ (3) $[-5, 1)$ (4) $(0, 5)$ (5) $(-\infty, 4]$
12. (1) $\{x | a < x < 0\}$ (2) $\{x | 0 \leq x < 3\}$ (3) $\{x | x \geq -3\}$ (4) $\{x | x < 8\}$
13. (1) $(-\infty, 4)$ (2) $(-\infty, 0)$ (3) $(0, +\infty)$ (4) $(-\infty, 1)$
14. $(-1, 3]$ $[0, 2]$ 15. $(-1, 7)$ $(2, 6)$
16. $[-5, 2]$ 17. $(1, 2)$ 18. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

三、解答题

19. 解: $A = \{x | -x + 3 \geq 2\} = \{x | x \leq 1\}$,

$$B = \{x | 2x + 1 > -3\} = \{x | x > -2\},$$

所以 $A \cap B = (-2, 1]$, $A \cup B = \mathbf{R}$.

20. 解: 因为全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = (-\infty, 0)$, 所以 $\complement_U A = [0, +\infty)$.

又集合 $B = [0, 5)$,

所以 $\complement_U A \cap B = [0, 5)$.

【能力闯关】

1. (1) $(-\infty, 11)$ (2) $(-\infty, 7]$ (3) $(-7, +\infty)$ (4) $[4, +\infty)$
(5) $(-2, 9)$ (6) $[2, 8)$ (7) $(-\infty, 5]$ (8) $(-\infty, +\infty)$
2. (1) $\{x | x < 8\}$ (2) $\{x | x \leq -8\}$ (3) $\{x | -2 < x < 4\}$
(4) $\{x | -3 \leq x < 5\}$ (5) $\{x | 2 \leq x \leq 7\}$ (6) $\{x | x \geq 1\}$
3. $(-4, 7], (2, 5)$
4. (1) $(3, +\infty)$ (2) $(1, 5)$

2.3 一元二次不等式

【基础巩固】

一、选择题

1. A 2. A 3. C 4. C 5. D 6. C 7. A 8. B 9. A

二、填空题

10. $\mathbf{R}$ 11. $(-3, 2)$ 12. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ 13. 4 14. $\frac{3}{2}$ 3