

中等职业学校职教高考公共基础课配套学生用书

新课标



数学 同步学习辅导

基础模块·下册

中等职业学校职教高考
公共基础课配套学生用书

数学 同步学习辅导

基础模块·下册

主编 ◎ 余清香 封雄辉

湖南大学出版社

数学 同步学习辅导

基础模块·下册

主编 ◎ 余清香 封雄辉



责任编辑：金红艳 廖 鹏

封面设计：旗语书装



9 787566 745859 >

定价：35.00元

湖南大学出版社

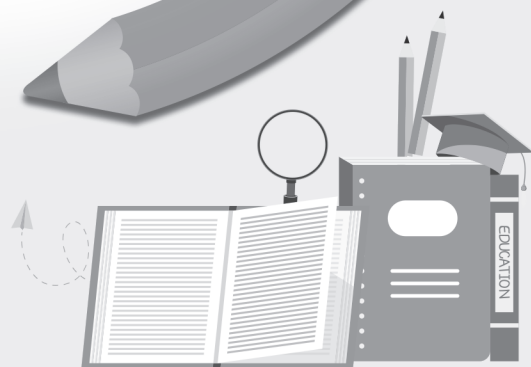
中等职业学校职教高考公共基础课配套学生用书

数学

同步学习辅导

基础模块·下册

主编 © 余清香 封雄辉



湖南大学出版社

· 长沙 ·

内 容 提 要

本书以中等职业学校教育教学改革、提高课堂时效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》为基础,充分落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业学校公共基础课程教材《数学 基础模块 下册》相配套的学习指导用书,题目数量和难易程度适中,有助于学生巩固所学知识,进一步提高分析问题和解决问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

数学同步学习辅导:基础模块.下册 / 余清香, 封雄辉主编. — 长沙: 湖南大学出版社, 2025. 10.
(中等职业学校职教高考公共基础课配套用书). — ISBN 978-7-5667-4585-9

I. G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025QN2255 号

数学同步学习辅导 基础模块 下册

SHUXUE TONGBU XUEXI FUDAO JICHU MOKUAI XIACE

主 编: 余清香 封雄辉

责任编辑: 金红艳 廖 鹏

印 装: 唐山唐文印刷有限公司

开 本: 889mm×1194mm 1/16 印 张: 7 字 数: 158 千字

版 次: 2025 年 10 月第 1 版 印 次: 2025 年 10 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5667-4585-9

定 价: 35.00 元

出 版 人: 李文邦

出版发行: 湖南大学出版社

社 址: 湖南·长沙·岳麓山 邮 编: 410082

电 话: 0731-88822559(营销部), 88821343(编辑室), 88821006(出版部)

传 真: 0731-88822264(总编室)

网 址: <http://press.hnu.edu.cn>

电子邮箱: presszhangip@hnu.com

版权所有, 盗版必究

图书凡有印装差错, 请与营销部联系

前言

为帮助广大中等职业学校的师生更深入地理解《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》的理念和要求,全面贯彻党的教育方针,践行社会主义核心价值观,落实立德树人的根本任务,发展学生的数学学科核心素养,注重遵循中等职业学校学生的特点和实际数学基础水平,体现针对性和适度性。

本书为中等职业学校公共基础课程教材《数学 基础模块 下册》的配套同步学习指导用书。本书按照教材的章、节、目顺序进行编写,以节为单位,每节主要分“学习目标”“同步训练”和“能力提升”三个栏目。学习目标,让学生从宏观上把握知识框架与能力定位;同步训练,通过经典例题巩固重要知识点;能力提升,旨在提升学生的计算能力,帮助学生突破重难点。

本书由长期工作在一线的中职职业学校骨干教师编写,由于编者水平有限,书中难免有不当之处,恳请广大师生在使用后提出宝贵意见和建议。

编 者

目 录

第 5 章 指数函数与对数函数	1
5.1 实数指数幂	1
5.2 指数函数	11
5.3 对数	14
5.4 对数函数	19
5.5 指数函数与对数函数的应用	22
第 6 章 直线与圆的方程	26
6.1 两点间距离公式和线段的中点坐标公式	26
6.2 直线的方程	29
6.3 两条直线的位置关系	36
6.4 圆	43
6.5 直线和圆的位置关系	50
6.6 直线与圆的方程应用举例	56
第 7 章 简单几何体	59
7.1 多面体	59
7.2 旋转体	66
7.3 简单几何体的三视图	73

第 8 章 概率与统计初步	78
8.1 随机事件	78
8.2 古典概型	82
8.3 概率的简单性质	85
8.4 抽样方法	91
8.5 统计图表	98
8.6 样本的均值和标准差	103

第五章

指数函数与对数函数

5.1 实数指数幂

学习目标

1. 正确进行实数指数幂的运算.
2. 掌握根式与分数指数幂之间的转化.
3. 会求简单根式和分数指数幂的值.

同步训练

一、选择题

1. 下列各式中正确的是().

A. $0^0 = 1$

B. $a^{-\frac{7}{4}} = \frac{1}{\sqrt[7]{a^4}}$

C. $(-1)^{-1} = 1$

D. $a^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{a}}$

2. 下列等式中成立的是().

A. $\sqrt[6]{(-3)^2} = \sqrt[3]{-3}$

B. $\left(\frac{a}{b}\right)^5 = a^{\frac{1}{5}} \cdot b^5$

C. $\sqrt[3]{x^2+y^2} = (x+y)^{\frac{2}{3}}$

D. $\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3}$

3. 设 $b \neq 0$, 化简式子 $(a^3b^{-3})^{\frac{1}{2}} \cdot (a^{-2}b^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (ab^5)^{\frac{1}{6}}$ 的结果是().

A. a

B. ab^{-1}

C. a^{-1}

D. $(ab)^{-1}$

4. 计算 $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-\pi)^3} + \sqrt{(2-\pi)^2}$ 的值是().

A. 2π

B. 0

C. $4-2\pi$

D. $2\pi-4$

5. 化简 $a + \sqrt[6]{(1-a)^6}$ 的结果是().

A. 1

B. $2a-1$

C. 1 或 $2a-1$

D. $2a$

6. 计算 $3^{-\frac{1}{2}} - \frac{(-5)^0}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^0}$ 的结果是().

A. $\sqrt{3}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$

D. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

7. 在式子 $(2+3x)^{-\frac{3}{2}}$ 中, x 的取值范围是().

A. $x \in \mathbf{R}$

B. $x \neq -\frac{2}{3}$

C. $x > -\frac{2}{3}$

D. $x \geq -\frac{2}{3}$

8. 计算 $[(-\sqrt{4})^2]^{-\frac{1}{2}}$ 的结果是().

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. -2

9. 下列为幂函数的是().

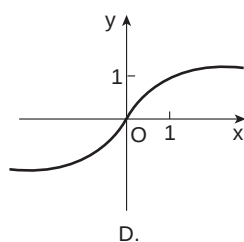
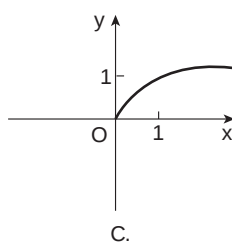
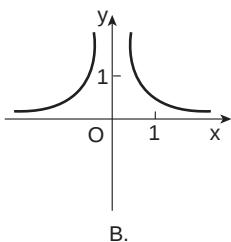
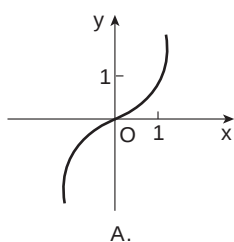
A. $y = 2^x$

B. $y = 2^3$

C. $y = 2^a$

D. $y = x^4$

10. $y = x^{\frac{1}{3}}$ 的图像为().



二、填空题

1. $\sqrt[3]{ab^2(\sqrt{ab})^3}$ 的分数指数幂形式为_____.

2. $\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{4} =$ _____ ; $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}} =$ _____ ; $4^{-2} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} =$ _____.

3. $\frac{5a^{-2}b^{-3}}{5^{-1}a^2b^{-2}}$ 的分数指数幂形式为_____.

4. $196^{\frac{1}{2}} =$ _____ , $8^{\frac{2}{3}} =$ _____ , $25^{-\frac{1}{2}} =$ _____ , $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} =$ _____.

5. 幂函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 在 $[0, +\infty)$ 上是_____函数.

6. 幂函数 $y = x^2$ 是_____ (用“奇”或“偶”填空)函数.

三、解答题

1. 计算下列各式(各式中的字母均为正数):

(1) $a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}} \cdot a^{\frac{5}{8}}$;

(2) $a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \div a^{-\frac{1}{2}}$;

(3) $(4x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}) \div \left(-\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}\right)$;

(4) $\left(\frac{x^4y^{-4}}{x^{-1}y}\right)^{-3} \div \left(\frac{x^{-2}y^2}{xy^{-1}}\right)^5$.

2. 计算下列各式:

$$(1) (0.0064)^{-\frac{1}{4}} - [(\sqrt{2})^3]^{-\frac{4}{3}} + 16^{-0.75} - \left(\frac{5}{6}\right)^0;$$

$$(2) [(1-\sqrt{2})^3]^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{6})^0 \cdot (\sqrt{2}+1)^{-1} + \frac{2^{2n+1}}{4^{n+1}};$$

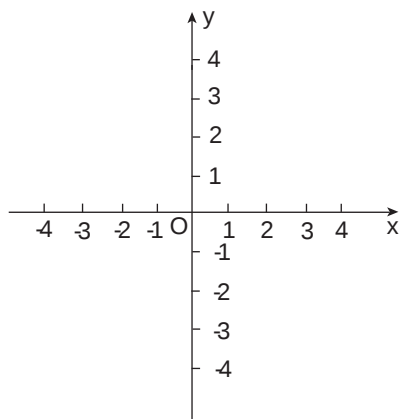
$$(3) \left(2 \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + 0.1^{-2} + \left(3 \frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{2} + 1)^0.$$

3. 已知 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2$, 求下列各式的值:

$$(1) a^2 + a^{-2};$$

$$(2) a^3 + a^{-3}.$$

4. 在同一坐标系中,分别画出幂函数 $y=x^2$, $y=x^{-2}$, $y=x^{\frac{1}{2}}$ 和 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 的图像.



能力提升

一、选择题

- 若 $a \in \mathbf{N}^*$, 则 $\frac{1}{8}[1 - (-1)^a](a^2 - 1)$ 的值是().
 A. 一定是 0
 B. 是整数,但不一定是偶数
 C. 一定是偶数
 D. 不一定是整数
- 对任意的实数 a , 下列等式正确的是().
 A. $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}}$
 B. $(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3}}$
 C. $(a^{-\frac{3}{5}})^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{5}}$
 D. $(a^{\frac{1}{3}})^{\frac{3}{5}} = a^{\frac{1}{5}}$
- 已知 $a + a^{-1} = 2$, 则 $a - a^{-1}$ 的值为().
 A. 0
 B. 2
 C. -2
 D. $\sqrt{2}$
- 下列命题中,不正确的是().
 A. 负数没有偶次方根
 B. $\sqrt[n]{a}$ 表示 a 的 n 次方根
 C. 若 $\sqrt[n]{a}$ 有意义, 则 $(\sqrt[n]{a})^n = a$
 D. 0 的任何次方根都是 0

5. 已知 $a + a^{-1} = m$, 则 $\frac{a^2 + 1}{a}$ 的值是().

A. m B. m^2 C. $\sqrt{m}$ D. $m - 1$

6. 已知下列结论:

$$\textcircled{1} \left(\frac{b}{a}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (a \neq 0, b \neq 0);$$

$$\textcircled{2} \frac{a^{-1} + b^{-1}}{a^{-1} - b^{-1}} = \frac{ab(a^{-1} + b^{-1})}{ab(a^{-1} - b^{-1})} = \frac{b + a}{b - a} \quad (a \neq b, ab \neq 0);$$

$$\textcircled{3} \text{若 } a \neq \pm b, \text{ 则 } \frac{(a+b)^n (a-b)^n}{(a^2 - b^2)^n} = 1 \text{ 恒成立};$$

$$\textcircled{4} \text{若 } a \cdot b = 1, \text{ 则 } a^{2005} \cdot b^{2008} = b^3.$$

正确的个数是().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

7. 幂函数 $y = x^{-2}$ 的定义域是().

A. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ B. $(-\infty, +\infty)$ C. $(-\infty, 0]$ D. $[0, +\infty)$

8. 幂函数 $y = x^{-2}$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是().

A. 非增非减函数

B. 减函数

C. 增函数

D. 奇函数

二、填空题

1. $\left(\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}\right) - \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{18}\right) =$ _____.

2. 化简下列根式为指数式($a, b > 0$): $\sqrt{a} \sqrt{a} \sqrt{a} =$ _____ ; $\sqrt{\frac{a^2}{b}} \sqrt{\frac{b^2}{a}} \sqrt{\frac{a}{b^3}} =$ _____.

3. 化简: $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{2xy}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}} =$ _____.

4. $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \times \left(-\frac{7}{6}\right)^0 + 8^{0.25} \times \sqrt[4]{2} + (\sqrt[3]{2} \times \sqrt{3})^6 =$ _____.

5. 幂函数 $y = x^4$ 的图像关于_____对称.

6. 幂函数 $y = x^{-3}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是_____ (用“增”或“减”填空) 函数.

三、解答题

1. 当 $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $b = -\frac{27}{8}$ 时, 求代数式 $\frac{a^{\frac{2}{3}} - b^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}}} - \frac{a + b^{-1}}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}}}$ 的值.

2. 计算:

$$(1) \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2};$$

$$(2) \left(1 \frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + 3 \cdot 375^{-\frac{1}{3}} + 2 \log_{\sqrt{5}} 5;$$

$$(3) \frac{(a^{-2}b^{-3})(-4a^{-1}b)}{12a^{-4}b^{-2}c};$$

(4) 设 $5^a = 2$, $25^b = 9$, 求 5^{2a-b} 的值.

3. 化简: $\sqrt{x^2 \cdot y^{\frac{1}{3}} \cdot (\sqrt{x^3 y})^2}$.

5.2 指数函数

学习目标

1. 掌握指数函数的概念、图像和性质.
2. 会判断指数函数的单调性.
3. 会用指数函数解决生活和生产中的部分应用题.

同步训练

一、选择题

1. 下列函数中,为指数函数的是().

A. $y = (-1)^x$

B. $y = -2^x$

C. $y = \pi^x$

D. $y = a^{x+1} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

2. 以下命题中,真命题有().

① $2^x > 1$;

② $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 1$;

③ $2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

④ $y = 2^{2x}$ 是指数函数;

⑤ $y = 2^{x+1}$ 是指数函数.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

3. 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x}} + 4$, 则它的值域是().

A. $(4, +\infty)$

B. $(4, 5) \cup (5, +\infty)$

C. $\mathbf{R}$

D. $(5, +\infty)$

4. 若 $-1 < a < 0$, 则().

A. $4^a > \left(\frac{1}{4}\right)^a > 0, 4^a$

B. $\left(\frac{1}{4}\right)^a > 0, 4^a > 4^a$

C. $0, 4^a > \left(\frac{1}{4}\right)^a > 4^a$

D. $4^a > 0, 4^a > \left(\frac{1}{4}\right)^a$

二、填空题

1. 指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的定义域是_____, 值域是_____.

2. 已知 $f(x)$ 的定义域为 $(0, 1)$, 则 $f(4^x)$ 的定义域为_____.

3. 函数 $f(x) = a^x + b$ ($a \neq 0$) 的图像过点 $(0, 1)$, $(1, 3)$, 则 $f(x)$ 的表达式是_____.

4. 函数 $y = 4^{-x}$ 的图像与 $y = 4^x$ 的图像关于_____对称.

三、解答题

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -2x, & -3 \leq x < 2, \\ 2^{x-1}, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域和值域;

(2) 作出函数 $f(x)$ 的图像, 并指出其单调区间.

2. 已知 $a^{x^2-3} > a^{2x}$ ($a > 0, a \neq 1$), 求 x 的取值范围.

能力提升

一、选择题

1. 要得到函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}$ 的图像, 只需将指数函数 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 的图像().

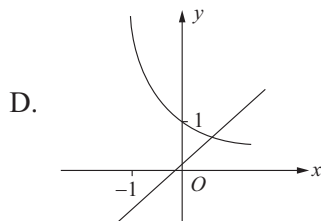
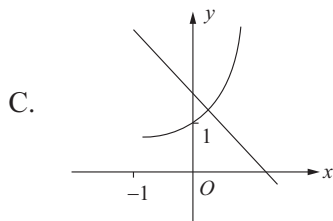
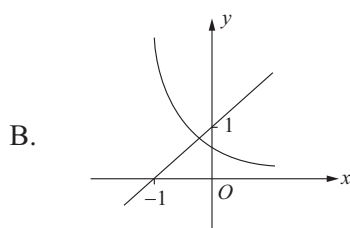
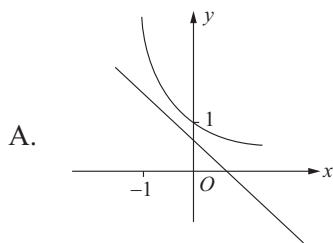
A. 向左平移 1 个单位

B. 向右平移 1 个单位

C. 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位

D. 向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位

2. 函数 $y = x + a$ 与 $y = a^x$, 其中 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 它们的大致图像在同一直角坐标系中可能是().



二、填空题

1. 已知函数 $y = a^x + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像恒过定点 $P(x_0, y_0)$, 则 $x_0 + y_0 =$ _____.
2. 函数 $f(x) = 3^{x^2 - 2x + 2}$ 的值域是 _____.

三、解答题

已知函数 $f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^{x+1} + a$, 其中 $x \in [0, 3]$.

- (1) 若 $f(x)$ 的最小值为 1, 求 a 的值;
- (2) 若存在 $x \in [0, 3]$, 使 $f(x) \geq 33$ 成立, 求 a 的取值范围;
- (3) 已知 $g(x) = m \cdot 2^x$, 在(1)的条件下, 若 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

5.3 对 数

学习目标

1. 会进行指数式与对数式之间的互化.
2. 理解对数的概念, 理解常用对数和自然对数的概念.
3. 掌握对数的积、商、幂运算.

同步训练

一、选择题

1. 若 $a=b^2$ ($b>0$ 且 $b\neq 1$), 则().

A. $\log_2 a = b$

B. $\log_2 b = a$

C. $\log_a b = 2$

D. $\log_b a = 2$

2. 下列等式中不正确的是().

A. $\lg \frac{1}{3} = 0$

B. $\log_5 5 = 1$

C. $\log_3 27 = 3$

D. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2$

3. $3\log_9 3$ 的值为().

A. 1

B. 3

C. $\frac{3}{2}$

D. $\sqrt{3}$

4. $\lg 3 = a$, $\lg 4 = b$, 则 $\lg 48 =$ ().

A. b^a

B. $4b$

C. $a + 2b$

D. $a + b^2$

5. $\log_3 12 - 2\log_3 2$ 的值为().

A. 1

B. 2

C. 0

D. $\log_3 2$

6. 若 $\log_a b \cdot \log_3 a = 5$, 则 b 等于().

A. a^3

B. a^5

C. 3^5

D. 5^3

二、填空题

1. $\log_2 32 =$ _____.

2. $\log_3 1 =$ _____.

3. 将指数式 $3^4 = 81$ 写成对数式为 _____.

4. 将对数式 $\log_5 625 = 4$ 写成指数式为 _____.

三、解答题

1. 计算下列各式的值:

$$(1) \log_2 \sqrt{\frac{7}{48}} + \log_2 12 - \frac{1}{2} \log_2 42;$$

$$(2) \frac{\lg 8 + \lg 125 - \lg 2 - \lg 5}{\lg \sqrt{10} \cdot \lg 0.1}.$$

2. 利用计算器求下列各式的值(精确到 0.001):

- (1) $\lg 25.67$; (2) $\ln 36$.

能力提升

一、选择题

1. 关于对数,下列叙述正确的是().

- A. 底数可以是任何正数 B. 真数为非负数
C. 0 的对数是 1 D. 1 的对数是 0

2. 若 $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, 则 $\lg 12$ 等于().

- A. $6a$ B. $4b$ C. $2a + b$ D. $a^2 + b$

3. $\log_4 25 - \log_2 10$ 的值为().

- A. 2 B. -1 C. -2 D. 1

4. $2^{\log_4 3}$ 的值为().

- A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

二、填空题

1. $\log_{0.1} 1\ 000 = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\log_2(4^7 \times 2^5) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $(\log_6 3)^2 + \log_6 18 \cdot \log_6 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. $(\lg 2)^2 + \lg 2 \cdot \lg 5 + \lg 50 + \log_{27} 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 已知 $x = \log_2 3$, 求 $\frac{2^x - 2^{-x}}{2^{3x} - 2^{-3x}}$ 的值.

2. 已知 $\lg 2 = 0.301\ 0$, $\lg 3 = 0.477\ 1$, 求下列各对数的值:

(1) $\lg 6$; (2) $\lg \frac{3}{2}$; (3) $\lg 5$; (4) $\lg \sqrt{45}$.

5.4 对数函数

学习目标

1. 掌握对数函数的图像及性质特征.
2. 用对数函数性质比较两个式子的大小,会求对数函数的定义域.
3. 用对数函数性质解决实际问题.

同步训练

一、选择题

1. 函数 $y = \log_{(x-1)} 3$ 的定义域是().
 A. $x > 1$ B. $x > 1$ 且 $x \neq 2$
 C. $x > 2$ D. $x > 0$ 且 $x \neq 2$
2. $\lg \frac{x-1}{3-x} > 0$, 则 x 的取值范围是().
 A. $1 < x < 3$ B. $1 \leq x < 3$
 C. $1.5 \leq x \leq 2$ D. $2 < x < 3$
3. 函数 $y = \log_3 x$ 的值域为().
 A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$
 C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(0, 1)$
4. 函数 $y = \lg[(2-x^3)(2+x^3)]$ 是().
 A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶 D. 增函数

二、填空题

1. $y = \log_a x$ 与 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 两函数图像关于直线_____对称.
2. 函数 $y = \log_2(3x-3)$ 的定义域是_____.
3. 若 $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$, 则 x 的取值范围是_____.

三、解答题

1. 解不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(4x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(2x+3)$.

2. 从盛有 1 L 纯酒精的容器中倒出 $\frac{1}{3}$ L, 然后用水填满; 再倒出 $\frac{1}{3}$ L, 又用水填满; ……;

(1) 连续进行 5 次, 容器中的纯酒精还剩下多少?

(2) 连续进行 n 次, 容器中的纯酒精还剩下多少?

能力提升

一、选择题

已知函数 $f(x) = \log_{(a-1)}(2x+1)$ 在区间 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 内恒有 $f(x) > 0$, 则 a 的取值范围是().

A. $(1, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, 2)$ D. $(1, 2)$

二、填空题

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(3-x)+3, & x < 3, \\ 2^x, & x \geq 3, \end{cases}$ 则 $f(f(-2)) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x - 5)$ 的单调递减区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 若 $f(x) = \lg(x^2 - 3x + 4)$, 则 $f(1), f(3)$ 的大小关系为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

已知函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在区间 $[1, 8]$ 上的最大值为 3.

(1) 求 a 的值;

(2) 当 $x \in [1, 8]$ 时, $2^{-f(x)} - f(x) + t \geq 0$, 求实数 t 的取值范围.

5.5 指数函数与对数函数的应用

学习目标

1. 能从实际问题抽象出相应的指数函数模型和对数函数模型.
2. 会指数式与对数式互化求值.

同步训练

1. 某种细胞每 20 分钟分裂一次,每次都是 1 个分裂成 2 个. 若 10:00 时有这种细胞 8 个,到 14:00 时,这种细胞有多少个?

2. 某超市今年的年营业额为 20 万元,随着商品种类的不断扩充,如果以后的年营业额都比上一年增长 25%,那么大约几年后该超市的年营业额可以达到现在的 3 倍?

3. 一座厂房屋价值 300 万元,按平均每年 8% 折旧,试求需经过多少年厂房屋价值降到 215 万元?

能力提升

1. 随着微电子技术的飞速发展,电脑的成本不断降低,若每隔 5 年电脑的价格降低 $\frac{1}{3}$,则现在每台标价为 8 100 元的电脑经过_____年的价格应降为 2 400 元.
2. 某城市的人均绿地面积逐年增长,如果每年以 5.8% 的速度增长,现在人均绿地面积为 3 m^2 ,那么 10 年后该城市的人均绿地面积将达到_____ m^2 (精确到 0.1 m^2 ,可能用到的数据: $1.058^9 \approx 1.66, 1.058^{10} \approx 1.76, 1.058^{11} \approx 1.86$).
3. 某企业原来每月消耗某种试剂 2 000 kg,现进行技术革新,陆续使用价格较低的另一种材料替代该试剂,使得该试剂的消耗量以平均每月 10% 的速度减少,试建立试剂消耗量 y 与所经过的月份数 x 之间的函数关系,并求出 4 个月后,该种试剂的月消耗量(精确到 0.1 kg).

4. 某地为了抑制一种有害昆虫的繁殖,引入了一种以该昆虫为食物的特殊动物. 已知该动物的繁殖数量 y (只)与引入时间 x (年)的关系为 $y = a \log_2(x+1)$.

(1) 若该动物在引入一年后的数量为 100 只,则 7 年后它们繁殖到多少只?

(2) 若引入的此种特殊动物繁殖到 500 只以上,将对生态环境造成危害,那么多少年后,必须采取措施进行预防?

5. 某股份公司去年的年产值为 5 000 万元,从今年起的 6 年内计划平均每年比上一年提高 8%,则约经过多少年该公司的年产值为 6 800 万元? (可能用到的数据: $\lg 34 \approx 1.531 5$, $\lg 25 \approx 1.397 9$, $\lg 1.08 \approx 0.033 4$)

中等职业学校职教高考公共基础课配套用书

数学同步学习辅导

基础模块 下册

参考答案

第5章 指数函数与对数函数

5.1 实数指数幂

【同步训练】

一、选择题

1. D 2. D 3. A 4. B 5. C 6. C 7. C 8. C 9. D 10. D

二、填空题

1. $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{7}{6}}$ 2. $2, \frac{9}{4}, \frac{1}{24}$ 3. $25a^{-4}b^{-1}$ 4. $14, 4, \frac{1}{5}, \frac{27}{8}$ 5. 增 6. 偶

三、解答题

$$1. (1) a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}} \cdot a^{\frac{5}{8}} = a^{\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{5}{8}} = a^{\frac{2+1+5}{8}} = a;$$

$$(2) a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \div a^{-\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{2+5+3}{6}} = a^{\frac{10}{6}} = a^{\frac{5}{3}};$$

$$(3) (4x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}) \div \left(-\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}\right)$$

$$= (4x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}) \times \left(-\frac{3}{2}x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$= 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$$

$$= -6 \cdot x^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}$$

$$= -6 \cdot x \cdot y^0$$

$$= -6x;$$

$$(4) \left(\frac{x^4 y^{-4}}{x^{-1} y}\right)^{-3} \div \left(\frac{x^{-2} \cdot y^2}{x y^{-1}}\right)^5$$

$$= \left(\frac{x^4 y^{-4}}{x^{-1} y}\right)^{-3} \times \left(\frac{x^{-2} \cdot y^2}{x y^{-1}}\right)^{-5}$$

$$= \frac{x^{-12} \cdot y^{12}}{x^3 \cdot y^{-3}} \times \frac{x^{10} \cdot y^{-10}}{x^{-5} \cdot y^5}$$

$$= \frac{x^{-12} \cdot x^{10} \cdot y^{12} \cdot y^{-10}}{x^3 \cdot x^{-5} \cdot y^{-3} \cdot y^5}$$

$$= \frac{x^{-12+10} \cdot y^{12-10}}{x^{3-5} \cdot y^{-3+5}}$$

$$= \frac{x^{-2} \cdot y^2}{x^{-2} \cdot y^2} = 1.$$

$$\begin{aligned} 2. (1) & (0.006\ 4)^{-\frac{1}{4}} - [(\sqrt{2})^3]^{-\frac{4}{3}} + 16^{-0.75} - \left(\frac{5}{6}\right)^0 \\ &= \left(\frac{64}{10\ 000}\right)^{(-1) \times \frac{1}{4}} - (\sqrt{2})^{3 \times (-\frac{4}{3})} + (2^4)^{-\frac{3}{4}} - 1 \\ &= \left(\frac{10\ 000}{64}\right)^{\frac{1}{4}} - (\sqrt{2})^{-4} + 2^{-3} - 1 \\ &= \left[\left(\frac{100}{8}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{(\sqrt{2})^4} + \frac{1}{2^3} - 1 \\ &= \left(\frac{100}{8}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - 1 \\ &= \frac{10}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{8} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{9}{8}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & [(1-\sqrt{2})^3]^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{6})^0 \cdot (\sqrt{2}+1)^{-1} + \frac{2^{2n+1}}{4^{n+1}} \\ &= (1-\sqrt{2})^{3 \times \frac{1}{3}} - (\sqrt{2}+1)^{-1} + \frac{2^{2n+1}}{2^{2n+2}} \\ &= (1-\sqrt{2}) - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{2^{2n+1}}{2^{2n+1} \cdot 2} \\ &= (1-\sqrt{2}) - \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{1}{2} \\ &= (1-\sqrt{2}) - (\sqrt{2}-1) + \frac{1}{2} \\ &= 1-\sqrt{2}-\sqrt{2}+1+\frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{2} - 2\sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + 0.1^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{2}+1)^0 \\ &= \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{0.01} + \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 \\ &= \frac{3}{2} + 100 + \frac{3}{2} - 1 \end{aligned}$$

$$=102.$$

$$3. (1) \text{ 由 } a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2, \text{ 得 } a + a^{-1} = (a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})^2 - 2 = 2^2 - 2 = 2,$$

$$\text{所以 } a^2 + a^{-2} = (a + a^{-1})^2 - 2 = 2^2 - 2 = 2;$$

(2) 根据立方公式可得

$$\begin{aligned} a^3 + a^{-3} &= (a + a^{-1})(a^2 - a \cdot a^{-1} + a^{-2}) \\ &= 2 \times (2 - 1) \\ &= 2. \end{aligned}$$

4. 图略.

【能力提升】

一、选择题

1. C 2. D 3. A 4. B 5. A 6. D 7. A 8. C

二、填空题

1. $\frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{9\sqrt{2}}{4}$ 2. $a^{\frac{7}{8}}, ab^{-\frac{3}{4}}$ 3. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 4. 112 5. y 轴 6. 减

三、解答题

$$\begin{aligned} 1. \text{ 原式} &= \frac{(a^{-\frac{1}{3}} - b^{-\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}}} - \frac{(a^{\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}})}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}}} \\ &= a^{\frac{1}{3}} - b^{-\frac{1}{3}} - (a^{\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}}) \\ &= -2b^{-\frac{1}{3}} \\ &= -2 \times \left(-\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. (1) \text{ 原式} &= \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} + 1 - \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}} - 9 \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 9 \\ &= \frac{2}{3} + 1 - \frac{4}{9} - 9 \\ &= -7\frac{7}{9}; \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 原式} = \left[\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + \left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^{-\frac{1}{3}} + 4 = \frac{4}{3} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + 4 = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 4 = 6;$$

$$(3) \text{原式} = -\frac{1}{3}a^{-2-1+4}b^{-3+1+2}c^{-1} = -\frac{1}{3}ab^0c^{-1} = -\frac{a}{3c};$$

$$(4) \text{由 } 25^b = 9, \text{得 } 5^{2b} = 9, 5^b = 3, \text{又 } 5^a = 2,$$

$$\text{则 } 5^{2a-b} = \frac{5^{2a}}{5^b} = \frac{(5^a)^2}{5^b} = \frac{4}{3}.$$

$$3. \text{原式} = x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{2}{3}}.$$

5.2 指数函数

【同步训练】

一、选择题

1. C 2. B 3. B 4. B

二、填空题

1. $\mathbf{R}, (0, +\infty)$ 2. $(-\infty, 0)$ 3. $f(x) = 3^x$ 4. y 轴

三、解答题

1. (1) 用题意知, 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-3, 2) \cup (2, -3]$.

当 $-3 \leq x < 2$ 时, $f(x) = -2x$, $f(x)$ 为单调递减函数, 则 $-4 < f(x) \leq 6$;

当 $2 < x \leq 3$ 时, $f(x) = 2^{x-1}$, $f(x)$ 为单调递增函数, 则 $2 < f(x) \leq 4$.

综上所述, 函数 $f(x)$ 的值域为 $(-4, 6]$.

(2) 图像略. $f(x)$ 在 $[-3, 2)$ 上单调递减, 在 $(2, -3]$ 上单调递增.

2. 当 $a > 1$ 时, $x^2 - 3 - 2x > 0$, $x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$;

当 $0 < a < 1$ 时, $x^2 - 3 - 2x < 0$, $x \in (-1, 3)$.

【能力提升】

一、选择题

1. D 【解析】 由 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$ 的图像向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位, 得 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}$ 的图像. 故选 D.

2. D 【解析】 当 $a > 1$ 时, 函数 $y = x + a$ 与 $y = a^x$ 均为增函数, 图中四个选项均不符合;
当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $y = x + a$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 且在 y 轴上的截距 $a \in (0, 1)$, 而函数 $y = a^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数, 且在 y 轴上的截距为 1, 即当 $x = 0$ 时, $y = a^x$ 与 y 轴的交点在 $y = x + a$ 与 y 轴的交点的上方. 故选 D.

二、填空题

1. 2 【解析】 令 $x=0$, 求出 y 即可求得点 P 的坐标, 则 x_0+y_0 的值可求.

2. $[3, +\infty)$

三、解答题

(1) 令 $t=2^x$, 则 $t \in [1, 8]$, $f(t)=t^2-4t+a=(t-2)^2+a-4$,

当 $t=2$ 时, $f(x)_{\min}=a-4=1$, 解得 $a=5$.

(2) 存在 $x \in [0, 3]$, 使 $f(x) \geq 33$ 成立, 等价于存在 $x \in [0, 3]$, $f(x)_{\max} \geq 33$,

由(1)可知 $f(t)=(t-2)^2+a-4$, $t \in [1, 8]$,

当 $t=8$ 时, $f(x)_{\max}=a+32 \geq 33$, 解得 $a \geq 1$.

(3) 由(1)知, $a=5$, 则 $f(x)=4^x-2 \cdot 2^{x+1}+5$.

又 $g(x)=m \cdot 2^x$, 则 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 等价于 $4^x-2 \cdot 2^{x+1}+5 \geq m \cdot 2^x$ 恒成立,

又 $t=2^x$, $t \in [1, 8]$, 则等价于 $t^2-4t+5 \geq m \cdot t$,

即 $m \leq \left(t + \frac{5}{t} - 4\right)_{\min} = 2\sqrt{5} - 4$, 当且仅当 $t=\sqrt{5}$ 时等号成立,

所以 m 的取值范围是 $(-\infty, 2\sqrt{5}-4]$.

5.3 对 数

【同步训练】

一、选择题

1. D 2. A 3. C 4. C 5. A 6. C

二、填空题

1. 5 2. 0 3. $\log_3 81=4$ 4. $5^4=625$

三、解答题

1. (1) $\log_2 \sqrt{\frac{7}{48}} + \log_2 12 - \frac{1}{2} \log_2 42$

$$= \log_2 \frac{\sqrt{7}}{4\sqrt{3}} + \log_2 12 + \log_2 \frac{1}{\sqrt{42}}$$

$$= \log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= \log_2 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$= -\frac{1}{2};$$

$$\begin{aligned}
 (2) & \frac{\lg 8 + \lg 125 - \lg 2 - \lg 5}{\lg \sqrt{10} \cdot \lg 0.1} \\
 &= \frac{\lg 8 + \lg 125 - \lg 2 - \lg 5}{\lg 10^{\frac{1}{2}} \cdot \lg 10^{-1}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{2} \times (-1)} \cdot \lg \frac{8 \times 125}{2 \times 5} \\
 &= -2 \cdot \lg 100 \\
 &= -2 \times 2 \\
 &= -4.
 \end{aligned}$$

2. (1) $\lg 25.67 = 1.409$;

(2) $\ln 36 = 3.584$.

【能力提升】

一、选择题

1. D 2. C 3. B 4. B

二、填空题

1. -3 2. 19 3. 1 4. $\frac{8}{3}$

三、解答题

1. 由 $x = \log_2 3$ 得, $2^x = 3$, 则 $2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \frac{1}{3}$,

则 $2^{3x} = (2^x)^3 = 3^3 = 27$, $2^{-3x} = \frac{1}{2^{3x}} = \frac{1}{27}$,

所以 $\frac{2^x - 2^{-x}}{2^{3x} - 2^{-3x}} = \frac{3 - \frac{1}{3}}{27 - \frac{1}{27}} = \frac{72}{728} = \frac{9}{91}$.

2. (1) $\lg 6 = \lg(2 \times 3) = \lg 2 + \lg 3 = 0.301\ 0 + 0.477\ 1 = 0.778\ 1$;

(2) $\lg \frac{3}{2} = \lg 3 - \lg 2 = 0.477\ 1 - 0.301\ 0 = 0.176\ 1$;

(3) $\lg 5 = \lg \frac{10}{2} = \lg 10 - \lg 2 = 1 - 0.301\ 0 = 0.699\ 0$;

(4) $\lg \sqrt{45} = \frac{1}{2} \lg 45 = \frac{1}{2} \lg(5 \times 9) = \frac{1}{2} (\lg 5 + \lg 9) = \frac{1}{2} \times 0.699\ 0 + 0.477\ 1 = 0.826\ 6$.

5.4 对数函数

【同步训练】

一、选择题

1. B 2. D 3. C 4. B

二、填空题

1. $y=x$ 2. $x>1$ 3. $\frac{1}{2}<x<2$

三、解答题

1. 由不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(4x-1)>\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)$, 结合对数函数的性质 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是

$$\text{减函数, 解不等式组} \begin{cases} 4x-1>0, & \text{①} \\ 2x+3>0, & \text{②} \\ 4x-1<2x+3. & \text{③} \end{cases} \quad \text{解不等式①得 } x>\frac{1}{4}; \text{解不等式②得 } x>-\frac{3}{2};$$

解不等式③得 $x<2$.

综上得 $\frac{1}{4}<x<2$, 所以不等式解集为 $\left(\frac{1}{4}, 2\right)$.

2. (1) 倒出 1 次后还剩 $\frac{2}{3}$ L 纯酒精, 加满水后浓度为 $\frac{2}{3}$. 倒出 2 次后还剩 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ L

酒精, 加满水后浓度为 $\left(\frac{2}{3}\right)^2$. ……倒出 5 次后, 还乘 $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$ L 纯酒精.

(2) 由(1)知, 连续进行 n 次, 容器中的纯酒精还剩下 $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ L.

【能力提升】

一、选择题

D 【解析】 当 $x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 时, $2x+1 \in (0, 1)$, 又因为 $f(x)>0$, 所以 $0<a-1<1$, 所以 $a \in (1, 2)$. 故选 D.

二、填空题

1. 40 【解析】 由已知得, $f(-2) = \log_2[3 - (-2)] + 3 = \log_2 5 + 3$, 所以 $f(f(-2)) = f(\log_2 5 + 3) = 2^{\log_2 5 + 3} = 2^{\log_2 5} \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$.

2. $(5, +\infty)$

3. $f(1)<f(3)$

三、解答题

(1) 当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[1, 8]$ 上单调递增, 则 $f(x)_{\max} = f(8) = \log_a 8 = 3$, 解得 $a = 2$; 当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[1, 8]$ 上单调递减, 则 $f(x)_{\max} = f(1) = \log_a 1 = 0 \neq 3$, 舍去. 综上可知, a 的值为 2.

(2) 由(1)得, $f(x) = \log_2 x$, 当 $x \in [1, 8]$ 时, $2^{-f(x)} - f(x) + t \geq 0$,

即 $2^{-\log_2 x} - \log_2 x + t \geq 0$, 化简得 $t \geq \left(\log_2 x - \frac{1}{x} \right)_{\max}, x \in [1, 8]$. 构造 $g(x) = \log_2 x - \frac{1}{x}$,

$x \in [1, 8]$.

因为 $y = \log_2 x$ 和 $y = -\frac{1}{x}$ 分别在区间 $[1, 8]$ 上单调递增, 所以 $g(x)$ 在区间 $[1, 8]$ 上单调递

增, $g(x)_{\max} = g(8) = \log_2 8 - \frac{1}{8} = \frac{23}{8}$, 故实数 t 的取值范围是 $\left[\frac{23}{8}, +\infty \right)$.

5.5 指数函数与对数函数的应用

【同步训练】

1. 因细胞每 20 分钟分裂一次, 则从 10:00 到 14:00 共分裂 12 次,

细胞分裂数呈指数函数式增长, 则细胞总个数为: 8×2^{12} .

2. 5 年.

3. 设经过 x 年厂房价值降到 215 万元, 则

$$300 \times (1 - 8\%)^x = 215$$

$$0.92^x = \frac{215}{300}$$

$$x = \log_{0.92} \frac{215}{300} \approx 4, \text{ 所以经过 4 年厂房价值降到 215 万元.}$$

【能力提升】

1. 15

2. 5.3

3. 由题意得试剂消耗量 y 与所经过的月份数 x 之间的函数关系为 $y = 2\,000 \times (1 - 10\%)^x$.

当 $x = 4$ 时, $y = 2\,000 \times (1 - 10\%)^4 = 2\,000 \times 0.9^4 = 2\,000 \times 0.6561 = 1\,312.2$ (kg). 即 4 个月, 该种试剂的月消耗量为 1 312.2 kg.

4. (1) 要知 7 年后的数量, 首先得知道函数表达式中 a 的值. a 可以通过一年后数量为 100 只求得. 即: 当 $x = 1$ 时, 将 $y = 100$ 代入可得 $100 = a \log_2 (1 + 1)$, 故 $a = 100$. 所以 $x = 7$

时, $y = 100 \log_2(7+1) = 300$, 即 7 年后该动物有 300 只.

(2) 繁殖到 500 只, 即 $y = 500$ 时, 代入可得 $500 = 100 \log_2(x+1)$,

解得 $x = 31$. 所以经过 31 年, 必须采取措施进行预防.

$$5. \text{ 设经过 } x \text{ 年, 由已知得 } 5\,000 \times (1+8\%)^x = 6\,800, \text{ 则 } 1.08^x = \frac{34}{25}, x = \log_{1.08} \frac{34}{25} = \frac{\lg \frac{34}{25}}{\lg 1.08} \approx$$

4. 因此, 约经过 4 年该公司的年产值为 6 800 万元.

第 6 章 直线与圆的方程

6.1 两点间距离公式和线段的中点坐标公式

【同步训练】

1. 由两点间距离公式, 得

$$d = \sqrt{(3-0)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

即点 $(3, -4)$ 到坐标原点的距离是 5.

2. ① 设线段 AB 的中点为 $D(x_1, y_1)$, 由点 $A(0, 0)$, $B(8, 4)$ 和线段的中点坐标公式, 得

$$x_1 = \frac{0+8}{2} = 4, y_1 = \frac{0+4}{2} = 2,$$

即 AB 边上的中点 D 的坐标为 $(4, 2)$.

由两点间距离公式得 $|CD| = \sqrt{(-6-4)^2 + (2-2)^2} = 10$.

② 设线段 AC 的中点为 $E(x_2, y_2)$, 由点 $A(0, 0)$, $C(-6, 2)$ 和线段的中点坐标公式, 得

$$x_2 = \frac{0-6}{2} = -3, y_2 = \frac{0+2}{2} = 1,$$

即 AC 边上的中点 E 的坐标为 $(-3, 1)$.

由两点间距离公式, 得 $|BE| = \sqrt{[8-(-3)]^2 + (4-1)^2} = \sqrt{11^2 + 3^2} = \sqrt{130}$.

③ 设线段 BC 的中点为 $F(x_3, y_3)$, 由点 $B(8, 4)$, $C(-6, 2)$ 和线段的中点坐标公式, 得

$$x_3 = \frac{8-6}{2} = 1, y_3 = \frac{4+2}{2} = 3,$$

即 BC 边上的中点 F 的坐标为 $(1, 3)$.

由两点间距离公式, 得 $|AF| = \sqrt{(0-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

综上, 得 AB 边上的中线长为 10, AC 边上的中线长为 $\sqrt{130}$, BC 边上的中线长为 $\sqrt{10}$.